



Deutsches Zentrum für  
Luft- und Raumfahrt



Technische Universität  
München

Semesterarbeit

# Entwicklung eines Programms zur Auslegung und Berechnung von instationär nicht planar angeströmten Rotoren

Moritz Thiele

Aufgabensteller: Christian Rössler (TUM-LLS)

Betreuer: Richard Kuchar (DLR-SR), Nir Kastner (DLR-SR)

Abgabe: 02. September 2015

# Abstract (en)

The concept of a flexible program for the design and analysis of rotors with different inflow conditions with the possibility to include program extensions easily was envisioned and implemented. All parts of the program can access the object-oriented implementation of a rotor parameter storage structure to get inputs for their respective calculations. The following aspects of this concept has been implemented in MATLAB: The Design of a rotor for design parameters is possible with use of the Blade-Element-Momentum-Method (BEM) by Adkins. A rotor can be analyzed using the same BEM Method. This analysis can be done for different operating points and summarized to a performance map. This performance map can incorporate different blade angles of a variable pitch propeller and give the best blade angle for each operating point. The wake geometry of an analyzed rotor can be calculated using a Wake-Relaxation method with the use of the Biot-Savart-Law. In order to use an existing rotor with the Tool, a toolchain has been established for scanning the rotor, extracting the profiles, calculating the profile-polars for each bladesection and analyzing the rotor in the program. Empirical formulas to extend the profile-polars to angles of attack of about  $\pm 140^\circ$  have been included For use cases where the angle of attack exceeds the commonly used regions.

# Abstract (de)

Ein Konzept für ein flexibles, leicht erweiterbares Programmsystem zur Auslegung und Analyse von Rotoren unter verschiedenen Anströmungsbedingungen wurde erarbeitet und in Teilen implementiert. Basierend auf einer Objektorientierten Implementierung der Rotorspeicherstruktur können alle Programmabschnitte aufgerufen werden um Berechnungen durchzuführen. So ist die gewünschte Flexibilität und Erweiterbarkeit der Methoden gewährleistet. Die Folgenden Aspekte dieses Konzeptes wurde anschließend in MATLAB implementiert: Mit Hilfe der Blatt-Element-Impuls-Methode (BEM) nach Adkins [2] und einer Profilpolaren-Datenbank ist die Auslegung eines Rotors aufgrund von Designparametern möglich. Zusätzlich kann ein Rotor unter Verwendung der BEM analysiert werden. Diese Analyse kann an vielen Arbeitspunkten durchgeführt werden und aus den gewonnenen Daten ein Kennfeld eines Rotors erstellt werden. Diese Kennfeldberechnung kann auch Verstellpropeller mit berücksichtigen, also für jeden Arbeitspunkt einen optimalen Blattwinkel vorgeben. Zu einem Analysierten Rotor kann anschließend durch ein Wake-Relaxation-Verfahren mit dem Biot-Savart-Gesetz eine Nachlaufgeometrie berechnet werden. Zur Verwendung eines real vorliegenden Rotors im MATLAB-Tool wurde eine Kette von Arbeitsschritten entworfen, um den Rotor zu scannen, die verwendeten Profile zu extrahieren, die Profilpolaren mit XFOIL zu berechnen und den Rotor anschließend in den Analyseprozess einzubinden. Für Anwendungsfälle, in denen der lokale Blattanstellwinkel den üblichen Bereich verlässt, wurden empirische Formeln integriert, um die Profilpolaren auf einen Bereich von ca.  $\pm 140^\circ$  zu erweitern.

# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei Prof. Dr.-Ing. Mirko Hornung bedanken, der es mir ermöglicht hat, an diesem interessanten Thema zu arbeiten.

Zugleich gilt mein Dank auch meinem Betreuer Dr.-Ing. Christian Rößler für die Betreuung meiner externen Semesterarbeit und für die produktiven Meetings, bei denen er mich mit seinem Fachwissen und seinen Anregungen sehr unterstützt hat.

Besonders bedanken möchte ich mich bei meinen Betreuern des Deutschen Zentrums für Luft und Raumfahrt Richard Kuchar und Nir Kastner für die vielen Gespräche und Ratschläge und dass sie immer ein offenes Ohr und viel Geduld mit meinen Fragen hatten.

Außerdem möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken, die mir dieses Studium überhaupt erst ermöglicht und mich die komplette Zeit in allen Belangen sehr unterstützt haben.

Zu guter Letzt möchte ich meiner Freundin Christina für die seelische und moralische Unterstützung über die ganze Zeit der Semesterarbeit danken.

# Inhaltsverzeichnis

|   |            |
|---|------------|
| <b>Abbildungsverzeichnis</b>  | <b>VII</b> |
| <b>1 Einleitung</b>   | <b>1</b>   |
| 1.1 Ziele der Arbeit . . . . .  | 1          |
| 1.2 Vorgehensweise . . . . .  | 2          |
| <b>2 Theoretische Modellgrundlagen</b>  | <b>3</b>   |
| 2.1 Design und Analyse Methoden . . . . .   | 3          |
| 2.1.1 Actuator-Disk-Theorie . . . . .   | 4          |
| 2.1.2 Blatt-Element-Impuls-Methode . . . . .  | 7          |
| 2.1.3 Wirbelgitter-Verfahren . . . . .  | 12         |
| 2.1.4 Panel-Methode . . . . .   | 14         |
| 2.1.5 Bewertung der Methoden und Methodenauswahl . . . . .  | 15         |
| 2.1.6 Erweiterung der BEM für schräge Anströmung . . . . .  | 16         |
| 2.2 Nachlaufberechnung . . . . .  | 17         |
| 2.3 Rotorblattprofile . . . . .   | 20         |
| 2.3.1 UIUC-Datenbank . . . . .  | 20         |
| 2.3.2 XFOIL . . . . .   | 21         |
| 2.3.3 Bereichserweiterung der Profilpolaren . . . . .   | 21         |
| <b>3 Programmstruktur und Software-Implementierung</b>  | <b>24</b>  |
| 3.1 Programmstruktur . . . . .  | 24         |
| 3.1.1 Programmblock Build Rotor . . . . .   | 26         |
| 3.1.2 Programmblock Analyze Rotor . . . . .   | 27         |
| 3.1.3 Programmblock External Interfaces . . . . .   | 28         |
| 3.1.4 Objektorientierte Abbildung eines Rotors . . . . .  | 30         |
| 3.1.5 Zentrale Ablagestruktur . . . . .   | 32         |
| 3.2 Designprozess (Build) . . . . .   | 33         |
| 3.3 Analysemethoden . . . . .   | 34         |
| 3.3.1 BEM . . . . .   | 34         |
| 3.3.2 Nachlauf . . . . .  | 35         |
| 3.4 Verarbeitung gebaut vorliegender Rotoren zur anschließenden Verwendung<br>im Programmsystem . . . . . | 39         |
| 3.4.1 Ermittlung der Profilgeometrie mit Optischen Methoden . . . . .                                     | 39         |
| 3.4.2 Von der Punktwolke zu den Profilgeometrie-Daten . . . . .   | 41         |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 3.4.3    | Profilanalyse mit XFOIL . . . . .                               | 42        |
| <b>4</b> | <b>Validierung und Output</b>                                   | <b>45</b> |
| 4.1      | Performanceanalyse . . . . .                                    | 45        |
| 4.1.1    | Weiterführende Berechnungen . . . . .                           | 51        |
| 4.1.2    | Untersuchung zu groß prognostizierter Effizienzwerte . . . . .  | 52        |
| 4.2      | Rotordesign . . . . .   | 52        |
| 4.3      | Nachlaufberechnung . . . . .                                    | 57        |
| 4.4      | Validierung der Bereichserweiterung der Profilpolaren . . . . . | 63        |
| <b>5</b> | <b>Zusammenfassung</b>  | <b>66</b> |
| 5.1      | Ergebnisse . . . . .  | 66        |
| 5.2      | Ausblick . . . . .  | 66        |
| 5.3      | Fazit . . . . .   | 69        |
|          | <b>Literaturverzeichnis</b>                                     | <b>70</b> |

# Abbildungsverzeichnis

|      |   |    |
|------|---|----|
| 2.1  | Stromröhre mit Actuator-Disk . . . . .  | 5  |
| 2.2  | Einteilung des Rotors in Ringe [3] . . . . .  | 7  |
| 2.3  | Lokaler Profilschnitt . . . . .   | 8  |
| 2.4  | Wirbelgitter und Hufeisenwirbel [17] . . . . .  | 12 |
| 2.5  | Diskretisierung für die Panel-Methode [6] . . . . .   | 14 |
| 2.6  | Lokaler Profilschnitt . . . . .   | 16 |
| 2.7  | Schematische Skizze des Rotornachlaufs eines Blattes [9] . . . . .  | 18 |
| 2.8  | Wirbelfläche hinter dem Rotorblatt [8] . . . . .  | 19 |
| 2.9  | Lokaler Profilschnitt . . . . .   | 20 |
| 3.1  | Gesamte Programmstruktur . . . . .  | 25 |
| 3.2  | Synthese Block . . . . .  | 27 |
| 3.3  | Analyse Block . . . . .   | 28 |
| 3.4  | Struktur der Rotor-Klasse . . . . .   | 29 |
| 3.5  | Wirbelfläche hinter dem Rotorblatt [8] . . . . .  | 36 |
| 3.6  | Wirbelfläche hinter dem Rotorblatt [8] . . . . .  | 37 |
| 3.7  | Messplatz des 3D Scanners . . . . .   | 39 |
| 3.8  | Visualisierung der Scanner-Rohdaten des Propellerblattes . . . . .  | 40 |
| 3.9  | Platzierung der Profilschnitte auf dem Propellerblatt . . . . .   | 41 |
| 3.10 | Schnittebene mit Blattprofil . . . . .  | 41 |
| 3.11 | Erstellung der Punktekoordinaten aus dem Profil . . . . .   | 42 |
| 3.12 | Profilkurve: Input in XFOIL . . . . .   | 43 |
| 4.1  | Qualitatives Kennfeld der mit Performanceanalyse berechneten Daten . . . . .  | 46 |
| 4.2  | Konturzeichnung des aus berechneten Daten erstellten Kennfeldes mit<br>Berechnungspunkten . . . . .                                     | 47 |
| 4.3  | Konturzeichnung der absoluten Abweichungen zwischen Windkanaltest<br>und Rechnung mit als Dreieck eingezeichneten Messpunkten . . . . . | 48 |
| 4.4  | 3D Konturzeichnung der Abweichungen zwischen Windkanaltest und<br>Rechnung . . . . .  | 50 |
| 4.5  | Lokaler Blattwinkel $\beta$ über dem Radius . . . . .   | 53 |
| 4.6  | Differenz der lokalen Blattwinkel $\beta$ über dem Radius . . . . .   | 54 |
| 4.7  | Lokale Profiltiefe $c$ über dem Radius . . . . .  | 55 |
| 4.8  | Vergleich der Anstellwinkel . . . . .   | 56 |
| 4.9  | Startlösung zur Berechnung der Nachlaufgeometrie . . . . .  | 57 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| 4.10 | Schematische Skizze des Rotornachlaufs eines Blattes [9] . . . . .   | 58 |
| 4.11 | Konvergierende Einschnürung des Nachlaufs . . . . .                  | 60 |
| 4.12 | Konvergierte Nachlaufstruktur . . . . .                              | 62 |
| 4.13 | Vergleich der Auftriebskurve: Messung [4] und Berechnung . . . . .   | 63 |
| 4.14 | Vergleich der Widerstandskurve: Messung [4] und Berechnung . . . . . | 64 |



# Symbolverzeichnis

|              |   |
|--------------|---|
| $\alpha$     | $[rad]$ Anstellwinkel   |
| $\alpha_0$   | $[rad]$ Anstellwinkel eines Profils für $C_L = 0$   |
| $\beta$      | $[rad]$ lokal: Neigung des Profils zur Rotorebene<br>allgemein: Neigung des Rotorblattes zur Rotorebene       |
| $\chi$       | $[rad]$ Richtung aus der der Rotor schräg angeströmt wird   |
| $\Delta c_p$ | $[-]$ Druckunterschied zwischen Ober- und Unterseite eines Profils  |
| $\dot{m}$    | $\left[\frac{kg}{s}\right]$ Massenstrom   |
| $\epsilon$   | $[-]$ $\frac{\text{Widerstands-}}{\text{Auftriebs-}}$ Kennwert. $\frac{1}{\epsilon}$ entspricht der Gleitzahl |
| $\Gamma$     | $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ Wirbelstärke   |
| $\gamma$     | $[rad]$ Winkel unter dem der Rotor schräg angeströmt wird   |
| $\Lambda$    | $[-]$ Streckung des Rotorblattes  |
| $\Omega$     | $\left[\frac{rad}{s}\right]$ Drehgeschwindigkeit des Rotors   |
| $\Phi$       | $[rad]$ Winkel zwischen Rotorebene und lokaler Profilanströmung $W$   |
| $\phi$       | $[-]$ Potentialflussfunktion aus der Potentialgleichung   |
| $\rho$       | $\left[\frac{g}{cm^3}\right]$ Dichte  |
| $\theta$     | $[rad]$ Umlaufender Azimuth-Winkel während einer Umdrehung des Rotors   |
| $\zeta$      | $[-]$ $\zeta = \frac{\text{Axiale Wirbelabströmungsgeschwindigkeit}}{V_\infty}$                               |
| $a$          | $[-]$ Axialer Interferenzfaktor. Beschreibt die Beschleunigung der Strömung zum Rotor hin                     |

|            |   |
|------------|---|
| $A_R$      | $[m^2]$ Rotorfläche   |
| $A_W$      | $[m^2]$ Fläche des eingeschnürten Nachlaufs   |
| $B$        | $[-]$ Anzahl der Rotorblätter   |
| $c$        | $[m]$ lokale Profiltiefe  |
| $C_P$      | $[-]$ Power-Koeffizient zur Charakterisierung der Performance                           |
| $C_{PAD}$  | $[-]$ Power-Koeffizient der Actuator-Disk-Theorie zur Charakterisierung der Performance |
| $D$        | $[N]$ Widerstand (Drag)   |
| $F$        | $[-]$ Prantlscher Blattspitzen-Verlustfaktor  |
| $J$        | $[-]$ Fortschrittsgrad $J = \frac{V}{2Rn}$  |
| $L$        | $[N]$ Auftrieb (Lift)   |
| $n$        | $\left[\frac{1}{s}\right]$ Drehzahl des Rotors, auch rps (Umdrehungen pro Sekunde)      |
| $P$        | $[W]$ Rotorleistung (Power)   |
| $Q$        | $[N]$ Drehmoment an der Rotorachse  |
| $R$        | $[m]$ Rotorradius   |
| $r$        | $[0; 1]$ radiale Koordinate am Rotor von innen nach außen                               |
| $R_N$      | $[m]$ Radius der Rotornabe  |
| $Re$       | $[-]$ Reynoldszahl $Re = \frac{Wc}{\nu}$  |
| $rpm$      | $\left[\frac{1}{min}\right]$ Drehgeschwindigkeit des Rotors (Umdrehungen pro Minute)    |
| $T$        | $[N]$ Rotorschub (Thrust)   |
| $t$        | $[m]$ Profildicke   |
| $t_{Step}$ | $[s]$ Zeitschritt bei der Anwendung des Biot-Savart-Gesetzes                            |
| $V_\infty$ | $\left[\frac{m}{s}\right]$ Geschwindigkeit der freien Anströmung                        |

|           |  |
|-----------|--|
| $V_R$     | $\left[\frac{m}{s}\right]$ axiale Geschwindigkeit der Luft, welche durch den Rotor strömt  |
| $V_W$     | $\left[\frac{m}{s}\right]$ axiale Geschwindigkeit des Nachlaufs  |
| $V_{ind}$ | $\left[\frac{m}{s}\right]$ Induzierte Geschwindigkeit eines Punktes aufgrund des Biot-Savart-Gesetzes und dem Einfluss eines Wirbels |
| $W$       | $\left[\frac{m}{s}\right]$ resultierende lokale Profilanströmung für BEM aus $V_R$ und $\Omega r$                                    |

# 1 Einleitung

Auslegung und Analyse von Rotorgeometrien erfordern beim Einsatz von CFD-Analysen in jedem Einzelfall viel Aufwand und Fachkenntnis. Diese Art komplexer High-Fidelity-Methoden ermöglicht zwar Analysen mit größtmöglicher Genauigkeit und Ergebnissicherheit, der Detailgrad übersteigt aber in vielen Fällen die geforderte Genauigkeit. Beispielsweise werden im Bereich des Vorentwurfs keine exakten Analysen an jedem Punkt des Rotors benötigt, sondern lediglich schnelle Ergebnisse für einen guten Überblick über unterschiedliche Konfigurationen.

Im Rahmen dieser Semesterarbeit wird theoretisch und mit Hilfe eines dafür implementierten Programmsystems zur Auslegung und Analyse von Rotoren untersucht, ob einfachere und schnellere Medium-Fidelity-Methoden in der Lage sind, tragfähige Ergebnisse mit deutlich verringertem Aufwand zu liefern.

Dies ist von besonderem Interesse z.B. im Zusammenhang mit der zunehmenden Relevanz propellergetriebener UAVs und dem Trend zum Rapid-Prototyping.

## 1.1 Ziele der Arbeit

Berechnungsmethoden für Rotoren sind entweder relativ einfach, ergeben dann aber kein detailliertes Gesamtbild der Wechselwirkungen zwischen dem Rotor und dem angeschlossenen Körper - oder aber sie greifen auf komplexe CFD-Algorithmen zurück.

Um Fragestellungen wie z.B. Vor- und Nachteile von Traktor- bzw. Pusher-Konfigurationen eines UAVs zu untersuchen, müssen entweder sehr aufwändige CFD-Berechnungen durchgeführt oder mehrere gängige Medium-Fidelity-Methoden miteinander verbunden werden, da hierfür die Interaktion zwischen dem Rotor und dem Flugzeugrumpf bzw. -flügel modelliert werden muss. Dazu werden eine detaillierte Nachlaufgeometrie und eine variierbare Anströmung benötigt.

Daher wurde ein MATLAB-basiertes Programmsystem entworfen und implementiert, welches eine ganzheitliche Basisauslegung bzw. Analysemöglichkeit für folgende Konfigurationen und Anwendungsfälle ermöglicht:

1. Klassischer Propeller (Traktor, Pusher, Windmill)
2. Verstellpropeller, entgegengesetzt drehende Propeller und ummantelte Propeller.

3. Schräge/instationäre/nichtplanare Anströmung (und dadurch gegebenenfalls weitere Anwendungsfälle wie Helikopter, Lifting Fan, ...)
4. Interaktion zwischen Propeller und Antrieb
5. Interaktion und Lasten zwischen UAV und Rotor/Propeller

Explizit vorgesehen wurde die Möglichkeit, in fortführenden Arbeiten weitere Anwendungsfälle zu integrieren, z.B. Helikopterrotoren oder Rotoren von Windkraftanlagen. Daher wird in der vorliegenden Arbeit der allgemeinere Term „Rotor“ (anstatt „Propeller“) verwendet. Die Implementierung aller aufgeführten Konfigurationen würde den Rahmen dieser Arbeit übersteigen - deshalb wurde ein modulares Programmsystem mit besonderem Augenmerk auf eine einfache Erweiterbarkeit entwickelt, damit weitere Analyse- und Designmethoden sowie verschiedenste Anwendungsfälle einfach im Rahmen von Nachfolgearbeiten implementiert und leicht integriert werden können.

## 1.2 Vorgehensweise

Der Fokus der vorliegenden Arbeit liegt neben der Betrachtung der theoretischen Grundlagen auf der Erarbeitung eines flexiblen, erweiterbaren Programmsystems unter Verwendung von MATLAB und seiner Anwendung für

- die Analyse der Performance eines realen Rotors bei verschiedenen Anströmungsbedingungen (planar, schräg und nicht-gleichförmig)
- die Berechnung der Nachlaufgeometrie

In Kapitel 2 wird ein Überblick über die Theorie verschiedener Methoden zur Berechnung der gewünschten Funktionalitäten gegeben. Zu Analyse und Design von Rotoren werden mehrere Methoden vorgestellt und anschließend die am besten für die gewünschten Anwendungsfälle geeignete ausgewählt.

Diese Methoden werden mittels MATLAB implementiert. Im Kapitel 3 werden die Programmstruktur zur Verknüpfung aller Funktionalitäten vorgestellt und numerische Aspekte der zur Implementierung ausgewählten Methoden erläutert.

In Kapitel 4 werden die implementierten Funktionalitäten validiert und eingehend untersucht sowie Schwächen und weitere nötige Arbeitsschritte aufgezeigt.

## 2 Theoretische Modellgrundlagen

Zur Berechnung der Gesamt-Performance eines Rotors muss seine Performance in verschiedenen Arbeitspunkten bestimmt werden. Dazu werden u.a. der Wirkungsgrad, der Schub und die verwendete Leistung berechnet.

Die verwendeten Methoden sollen für bestimmte Vorgaben (Arbeitspunkte) eine best-mögliche Rotorgeometrie (d.h. mit maximalem Wirkungsgrad) liefern.

Weiterhin soll die Nachlaufgeometrie für diese Arbeitspunkte berechnet werden. Die Nachlaufgeometrie besteht aus vom Rotor in den Nachlauf abgegebenen Wirbelelementen, die sich von der Rotorebene aus in einer bestimmten Struktur nach hinten bewegen. Die Betrachtung der Nachlaufgeometrie ist wichtig, da die Wirbel durch Induktion die Anströmungsbedingungen des Rotors beeinflussen. Zusätzlich ist es bei einer bekannten Nachlaufgeometrie möglich, deren Interaktion mit z.B. einem Flügel oder einem Triebwerk zu berechnen.

### 2.1 Design und Analyse Methoden

Für Entwurf und Analyse von Rotoren stehen aus der Literatur verschiedene Methoden zur Verfügung. Diese unterscheiden sich u.a. im erreichten Detailgrad, in den benötigten Parametern und in der Rechenzeit. Eine Literaturrecherche ergab vier in Frage kommende Methoden:

- Actuator-Disk-Theorie
- Blatt-Element-Impuls-Theorie
- Wirbelgitter-Verfahren
- Panel-Methode

Diese Methoden werden in den folgenden Abschnitten vorgestellt und anschließend wird eine geeignete Methode zur Implementierung ausgewählt: Die Auswahlkriterien orientieren sich an der Umsetzbarkeit, dem nötigen Rechenaufwand und dem erreichten Detailgrad.

Zur Vereinfachung wird bei der Beschreibung der Theorie angenommen, dass der Rotor durch Energiezufuhr Schub erzeugt und dabei beispielsweise ein UAV antreibt. Mit

geringfügigen Änderungen (Vorzeichen) lassen sich die Methoden z.B. auf Windräder übertragen.

### 2.1.1 Actuator-Disk-Theorie

Die einfachste Möglichkeit zur Analyse eines planar angeströmten Rotors sind eindimensionale Bilanzgleichungen, genauer 1-D-Masse- und Impulserhaltungsgleichungen. Modelliert wird dazu das in Abbildung 2.1 gezeigte System mit einer Stromröhre, in deren Mitte sich der Rotor als Actuator-Disk befindet.

Der Rotor ist in diesem Fall eine unendlich dünne, durchlässige Scheibe mit einer unendlichen Anzahl an Rotorblättern, die einen Drucksprung in der Luft erzeugt. Dieser bewirkt eine Beschleunigung der Strömung sowohl im Zustrom als auch im Nachlauf und lässt durch Anwendung der Impulserhaltung auf eine auf den Propeller wirkende Kraft entgegen der Anströmung in positiver  $z$ -Richtung schließen. Der einzige Fluss über den Rand dieses Kontrollvolumens findet an den beiden Enden der Röhre statt, die Luft außerhalb der Röhre wird daher nicht beeinträchtigt.

Die Methode stützt sich nach [10] S.92 auf folgende Annahmen:

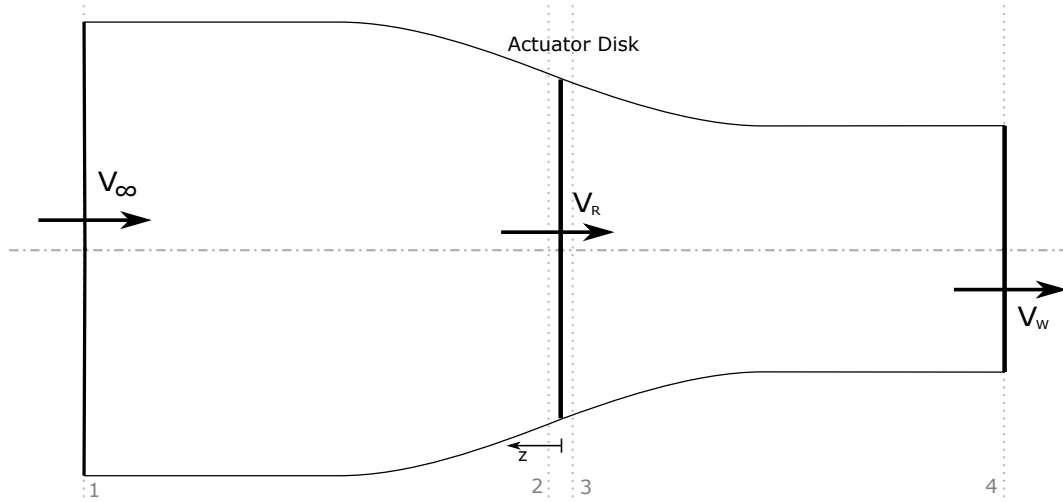
1. Homogene, inkompressible, statische Anströmung
2. Keine Reibung
3. Unendliche Blattzahl des Rotors
4. Unendlich dünner Rotor
5. Sämtliche Kräfte und Momente sind homogen auf dem Rotor verteilt
6. Nicht drehender Nachlauf
7. Der statische Druck weit vor und weit hinter dem Rotor entspricht dem statischen Umgebungsdruck

Die Anwendung der Impulserhaltungsgleichung für das System in Abbildung 2.1 ergibt:

$$T = V_{\infty} (A_1 \rho V_{\infty}) - V_W (A_4 \rho V_W)$$

mit  $\rho$  als Dichte des Mediums und  $A$  als jeweilige Fläche. Da außerdem aus der Masseerhaltung gilt:

$$\begin{aligned} \text{Einströmende Masse: } \dot{m}_1 &= A_1 \rho V_{\infty} \\ \text{Ausströmende Masse: } \dot{m}_4 &= A_4 \rho V_W \\ \implies \dot{m}_1 &= \dot{m}_4 \end{aligned}$$



**Abbildung 2.1:** Stromröhre mit Actuator-Disk

folgt für den Schub  $T$ :

$$T = \dot{m} (V_W - V_\infty) \quad (2.1.1)$$

Die Geschwindigkeit  $V_R$  am Rotor lässt sich einfach mit Hilfe der Bernoulli-Gleichung vor, bzw. nach dem Rotor bestimmen:

$$\begin{aligned} p_1 + \frac{1}{2}\rho V_\infty^2 &= p_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 \\ p_3 + \frac{1}{2}\rho V_3^2 &= p_4 + \frac{1}{2}\rho V_W^2 \end{aligned} \quad (2.1.2)$$

Über den Rotor hinweg muss die Geschwindigkeit stetig sein:  $V_2 = V_3 = V_R$ . Außerdem besagt die oben zuletzt genannte Annahme, dass  $p_1 = p_4$  sein muss.

Durch Anwendung der Impulserhaltung am Rotor und Umstellen der Gleichungen 2.1.2 erhält man:

$$T = A_R (p_3 - p_2) \quad (2.1.3)$$

$$(p_3 - p_2) = \frac{\rho}{2} (V_W^2 - V_\infty^2) \quad (2.1.4)$$

$$\Rightarrow T = \frac{\rho}{2} A_R (V_W^2 - V_\infty^2) \quad (2.1.5)$$

Gleichsetzen der Gleichungen 2.1.1 und 2.1.5 und Einsetzen von  $\frac{\rho A_R}{\dot{m}} = \frac{1}{V_R}$  ergibt:

$$V_R = \frac{V_W + V_\infty}{2} \quad (2.1.6)$$



Die axiale Geschwindigkeit durch den Rotor entspricht folglich genau dem Mittelwert von  $V_\infty$  und  $V_W$ . Mit Hilfe von Gleichung 2.1.5, aufgelöst nach  $V_W$  und eingesetzt in Gleichung 2.1.6, lässt sich  $V_R$  allein durch Parameter des Rotors darstellen:

$$\begin{aligned} V_W &= \sqrt{\frac{T}{\frac{\rho}{2}A_R} + V_\infty^2} \\ V_R &= \frac{1}{2}V_\infty \left( \sqrt{\frac{T}{\frac{\rho}{2}V_\infty^2 A_R} + 1} + 1 \right) \end{aligned} \quad (2.1.7)$$

Durch die Definition des axialen Interferenzfaktors  $a$ , der die Beschleunigung der Anströmung zum Rotor hin ausdrückt, ergibt sich

$$V_R = V_\infty(1 + a) \quad (2.1.8)$$

$$\text{mit } a = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{T}{\frac{\rho}{2}V_\infty^2 A_R} + 1} - 1 \right) \quad (2.1.9)$$

Ebenso ergibt sich mit Gleichung 2.1.6

$$V_W = V_\infty(1 + 2a) \quad (2.1.10)$$

Mit  $V_W$  lässt sich die Strahleinschnürung im Nachlauf des Rotors berechnen:

$$\rho V_R A_R = \rho V_W A_W \quad (2.1.11)$$

$$A_W = A_R \frac{V_R}{V_W} \quad (2.1.12)$$

$$A_W = A_R \frac{1 + a}{1 + 2a} \quad (2.1.13)$$

Daraus lässt sich die in dieser idealen Rechnung minimal benötigte Leistung  $P$  des Rotors bestimmen

$$\begin{aligned} P &= TV_R \\ P &= TV_\infty(1 + a) \end{aligned} \quad (2.1.14)$$

sowie die Effizienz:

$$\eta = \frac{2}{1 + \frac{V_W}{V_\infty}} \quad (2.1.15)$$

$$\eta = \frac{1}{1 + a} \quad (2.1.16)$$

## Zusammenfassung

Mit dieser Methode können grobe Werte für  $T$ ,  $P$ ,  $C_{PAD}$ ,  $A_W$  und  $\eta$  bestimmt werden. Da das Verfahren keine Iterationsschleifen benötigt, liegen alle Ergebnisse im Grunde schnell und mit wenig Rechenaufwand nach einem Verarbeitungsschritt vor. Da die Methode ohne Reibung rechnet, ist im Allgemeinen die damit ermittelte Effizienz zu hoch und die benötigte Leistung zu niedrig.

Vorteilhaft ist, dass nur sehr wenige Informationen über den Rotor benötigt werden:

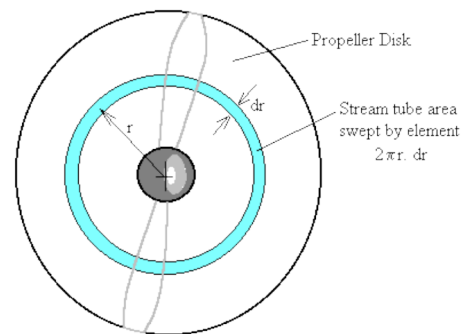
- Anströmungsgeschwindigkeit  $V_\infty$
- Nachlaufgeschwindigkeit  $V_W$
- Rotorradius  $A_R$
- Dichte und somit die Flughöhe  $\rho$

Alternativ können diese Werte teilweise durch Vorgabe anderer Variablen ersetzt werden. Beispielsweise kann durch Umformen der Gleichungen bei gegebenem Schub  $T$  oder gegebener Leistung  $P$  auch die Nachlaufgeschwindigkeit  $V_W$  und die Einschnürung des Nachlaufs berechnet werden.

Weiterhin können im Rahmen eines Designprozesses durch Vorgaben wie dem erzeugten Schub  $T$ , der verfügbaren Leistung  $P$  und der Anströmungsgeschwindigkeit  $V_\infty$  diverse Rotorparameter wie Rotorradius und Effizienz berechnet werden.

### 2.1.2 Blatt-Element-Impuls-Methode

Bei der Blatt-Element-Impuls-Methode (BEM: Blade Element Momentum Method) fließt zusätzlich zur Impulsbilanz die klassische Profiltheorie in die Berechnung eines Rotors ein. Sie setzt sich somit zusammen aus der „Actuator-Disk-Theorie“ (Impulsbilanz-Rechnung) und der Blatt-Element-Methode. Wird der Rotor bei der Actuator-Disk-Theorie noch als dünne Scheibe mit unendlicher Blattzahl betrachtet, unterteilt die BEM, wie auf Abbildung 2.2 zu sehen, den Rotor samt Anströmung und Nachlauf in konzentrische Ringe und betrachtet jeden dieser Ringe einzeln, um die in radialer Richtung variierende Lastverteilung auf dem Rotor besser abzubilden. Dazu werden die oben genannten Erhaltungsgleichungen auf jeden dieser Ringe angewendet und zusätzlich wird

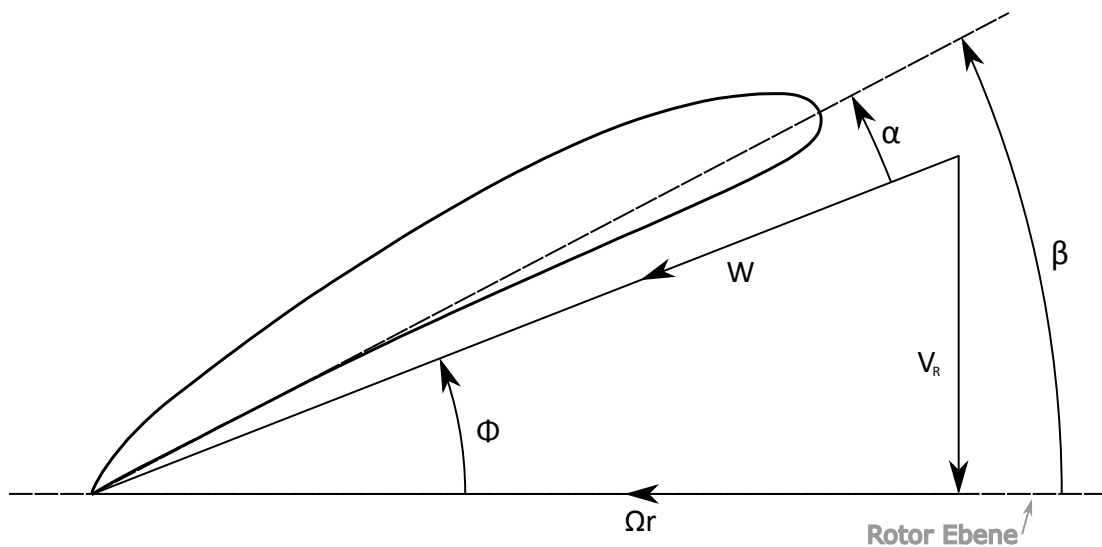


**Abbildung 2.2:** Einteilung des Rotors in Ringe [3]

das zugehörige lokale Profil des Rotorblattes berücksichtigt. Mit Hilfe dieses Profils und den zugehörigen Auftriebs- bzw. Widerstandskurven werden lokal erzeugter Auftrieb und Widerstand berechnet und in den Erhaltungsgleichungen berücksichtigt.

Die BEM gilt nach [12] S.7 unter den folgenden Annahmen:

1. Die verschiedenen Stromringe sind voneinander unabhängig. Radiale Komponenten der Kräfte und Momente werden vernachlässigt.
2. Die Einteilung in Stromringe gilt nicht nur am Rotor und in der Anströmung, sondern auch im Nachlauf.
3. Die einzelnen Rotorblätter beeinflussen sich nicht gegenseitig.
4. Die Anströmung ist planar, achsensymmetrisch und stationär.
5. Auf das Kontrollvolumen wirken keine äußeren Druckkräfte.
6. Die Luft wird als nicht-viskoses Medium betrachtet.
7. Der Fluss ist rotationsfrei und das Gesetz der Wirbelerhaltung wird vernachlässigt.
8. Kräfte und Momente auf einen Blattabschnitt ergeben sich allein aus den 2-D Betrachtungen zu Auftrieb und Widerstand des Profils.



**Abbildung 2.3:** Lokaler Profilschnitt

Wie in Abbildung 2.3 zu sehen ist, treffen 2 Geschwindigkeitskomponenten auf das Profil eines Abschnitts an der radialen Position  $r$ :

- Die Geschwindigkeit  $V_R$  der Anströmung am Rotor
- Die dazu senkrecht stehende Geschwindigkeit aus der Drehung des Rotors  $\Omega r$ .

Daraus ergibt sich die resultierende lokale Anströmung  $W$  und der zugehörige Anströmungswinkel  $\Phi$

$$W = \sqrt{V_R^2 + (\Omega r)^2} \quad (2.1.17)$$

$$\Phi = \arctan \frac{V_R}{\Omega r} \quad (2.1.18)$$

Aus der Geometrie ist der lokale Neigungswinkel  $\beta$  zur Performancebestimmung im Allgemeinen bekannt und so berechnet sich der lokale Anstellwinkel  $\alpha$  zu:

$$\alpha = \beta - \Phi \quad (2.1.19)$$

Mit diesem Anstellwinkel werden  $C_L$  und  $C_D$  aus den vorhandenen Auftriebs-/Widerstandskurven interpoliert und so nach [15] lokaler Auftrieb  $dL$  und Widerstand  $dD$  für ein Rotorblatt berechnet. Die hierfür benötigten Kurven sind entweder aus einer Datenbank bekannt oder müssen vorher, wie in Abschnitt 2.3 beschrieben, für das jeweilige Profil berechnet werden.

$$dL = \frac{1}{2} \rho W^2 c dr C_L \quad (2.1.20)$$

$$dD = \frac{1}{2} \rho W^2 c dr C_D \quad (2.1.21)$$

Per Definition wirkt der Auftrieb immer senkrecht zur Anströmung und der Widerstand wirkt parallel dazu. Umgerechnet in Kräfte in der Rotorebene und parallel zur Achse ergeben sich Schub  $dT$  und Drehmoment  $dQ$

$$dT = dL \cos \Phi - dD \sin \Phi \quad (2.1.22)$$

$$dQ = (dL \sin \Phi + dD \cos \Phi) r \quad (2.1.23)$$

Anschließend müssen  $dT$  und  $dQ$  von der Nabe bis zur Blattspitze integriert werden. Daraus ergeben sich der Schub  $T'$  und das benötigte Drehmoment  $Q'$  für ein Rotorblatt. Multipliziert mit der Anzahl der Rotorblätter lassen sich der Gesamtschub  $T$  und das Gesamtdrehmoment  $Q$  berechnen.

Entdimensionalisiert lassen sich diese als  $C_T$  und  $C_Q$  schreiben:

$$C_T = \frac{T}{\rho n^2 (2R)^4}$$

$$C_Q = \frac{Q}{\rho n^2 (2R)^5}$$

Aus dem benötigten Drehmoment lässt sich nach [13] auf die benötigte Leistung  $P_{in} = \Omega Q$  schließen und zusammen mit der abgegebenen Leistung  $P_{out} = TV_\infty$  die Effizienz des Rotors berechnen:

$$\begin{aligned}
 \eta &= \frac{P_{in}}{P_{out}} \\
 \eta &= \frac{TV_\infty}{\Omega Q} \\
 \eta &= \frac{C_T \rho n^2 (2R)^4 V_\infty}{C_Q \rho n^2 (2R)^5 2\pi n} \\
 \eta &= \frac{C_T}{C_Q} \frac{J}{2\pi} \tag{2.1.24}
 \end{aligned}$$

$J = \frac{V_\infty}{2Rn}$  ist dabei der Fortschrittsgrad.

### Zusammenfassung

Die Blatt-Element-Impuls-Methode ermöglicht im Rahmen der Rotoranalyse wie auch die Actuator-Disk-Theorie die Berechnung von  $T$ ,  $P$ ,  $C_P$ ,  $C_T$ ,  $A_W$  und  $\eta$ . Zusätzlich können an den jeweiligen Profilschnitten der Druckunterschied zwischen Ober- und Unterseite  $\Delta c_p$  sowie die Zirkulation  $\Gamma$  berechnet werden. Über alle Profilschnitte eines Blattes betrachtet ergibt sich so eine Druck- und Zirkulationsverteilung. Damit liegen nicht nur globale Werte, sondern auch lokale, auf der Rotorfläche verteilte Werte vor, die beispielsweise für die Nachlaufberechnung benötigt werden. Die Nachlaufberechnung muss bei diesem Verfahren separat erfolgen, da die BEM keinerlei Nachlauf berücksichtigt. Der Einfluss einer vorhandenen bzw. berechneten Nachlaufgeometrie kann allerdings durch deren Einfluss auf die lokalen Anströmungsverhältnisse am Profil berücksichtigt werden.

Für diese Methode werden folgende Informationen über den Rotor benötigt:

- Anströmungsgeschwindigkeit  $V_\infty$
- Dichte und somit die Flughöhe  $\rho$
- Diverse Rotorparameter:
  - Drehgeschwindigkeit:  $\Omega$ , *rpm* oder *rps*
  - Rotorradius  $R$
  - Nabenradius  $R_N$
  - Anzahl der Rotorblätter  $B$
  - Blattwinkel bei Verstellpropellern

- Diverse diskrete Profilschnitte und jeweils zugehörige Parameter
  - Name des im Profilschnitt verwendeten Profils
  - lokale Profiltiefe  $c$
  - lokale Profilneigung  $\beta$
  - Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte des Profils
  - radiale Position

Auch die BEM kann durch Umformen der Gleichungen einen Rotorentwurf durchführen und so für einen gegebenen Designpunkt mit Hilfe diverser Designparameter:

- Rotorradius  $R$
- Nabenradius  $R_N$
- Drehgeschwindigkeit:  $\Omega$ ,  $rpm$  oder  $rps$
- Anzahl der Rotorblätter  $B$
- Schub  $T$  oder Leistung  $P$
- Anströmungsgeschwindigkeit  $V_\infty$
- Dichte und somit die Flughöhe  $\rho$
- zu verwendendes Blattprofil

eine optimale Rotorgeometrie: lokale Profiltiefe und Profilneigung entwerfen.

Dieses Verfahren rechnet iterativ und somit deutlich länger als die Actuator-Disk-Methode, bis Ergebnisse vorliegen. Allerdings müssen hier lediglich wenige einfache Gleichungen an einer eher kleinen Anzahl Berechnungspunkten berechnet werden: das Verfahren ist im Vergleich zu den Folgenden recht schnell. Auch muss zur Analyse die Blattgeometrie nur an einigen Profilschnitten bekannt sein, nicht aber kontinuierlich über die gesamten Rotorblätter.

Der Rotorentwurf geht davon aus, dass jedes Profil optimal angeströmt wird und somit im Bereich von  $\epsilon = \epsilon_{min}$  arbeitet. Dies führt zu einem optimalen Verhältnis von lokalem Auftrieb und Widerstand. Konvergenzgeschwindigkeit und Ergebnisqualität hängen deutlich von der Qualität der hinzugezogenen Profilpolaren ab.

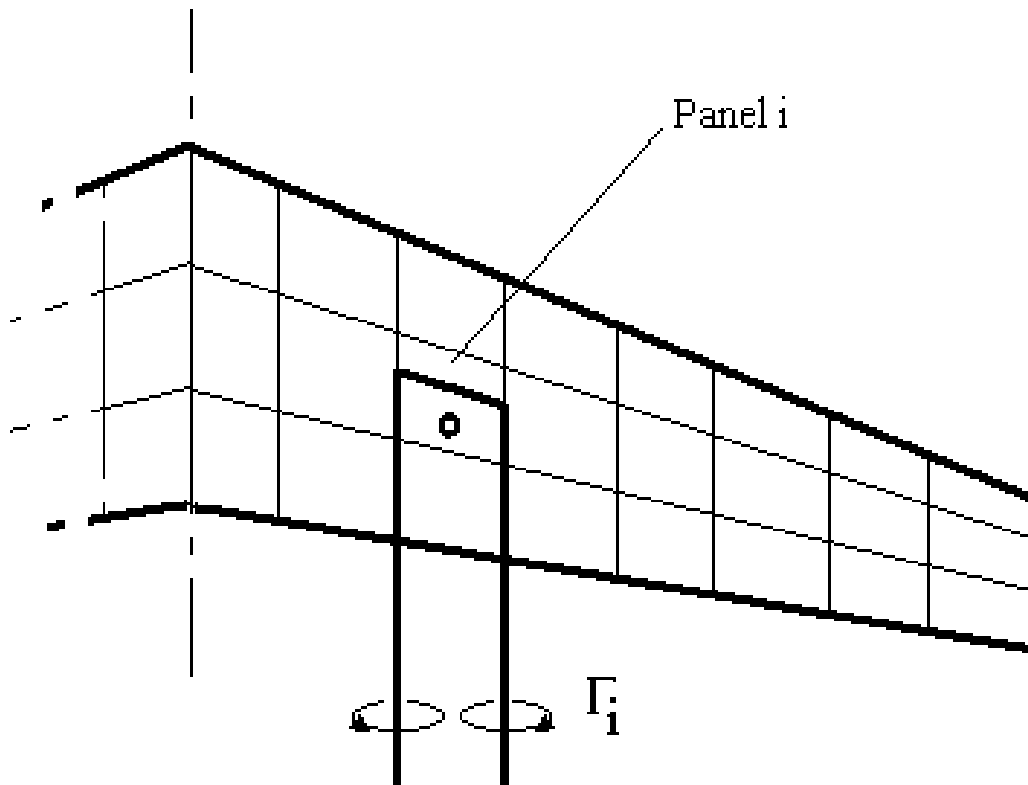


Abbildung 2.4: Wirbelgitter und Hufeisenwirbel [17]

### 2.1.3 Wirbelgitter-Verfahren

Das Wirbelgitter-Verfahren ist eine Erweiterung des Prantl'schen Traglinien-Verfahrens, basierend auf der Potentialtheorie. Dabei wird nach [19] S.59 jedes Rotorblatt wie in Abbildung 2.4 zu einem Gitter diskretisiert. An jedem Gitterelement (Panel) wird ein angreifender Hufeisenwirbel mit zwei nach hinten ins unendliche gehenden Wirbeln und einem Verbindungswirbel auf der 25%-Linie modelliert. Jeder Wirbel hat dabei die Wirbelstärke  $\Gamma_i$ . Diese Wirbelstärke muss so bestimmt werden, dass deren induzierte Geschwindigkeit an dem eingezeichneten Kontrollpunkt (bei  $\frac{3}{4}$  der Panel-Tiefe) nur tangential zur Blattoberfläche verläuft, der Anteil in normaler Richtung also Null wird.

Durch iterative Lösung wird so eine Zirkulationsverteilung über dem Blatt gefunden, aus deren Integration entsprechende Kräfte und Momente wie der Auftrieb und der Widerstand errechnet werden können. Aus dem Auftrieb und dem Widerstand können so der Rotorschub  $T$ , die Leistung  $P$  und die Effizienz berechnet werden.

Das Wirbelgitter-Verfahren trifft folgende vereinfachenden Annahmen:

- Das Verfahren basiert auf der Potentialtheorie und ist somit nur im Bereich linearer

aerodynamischer Effekte gültig: Folglich können nur kleine Anstellwinkel berechnet werden.

- Die Strömung ist stationär und inkompressibel. Insbesondere Kompressibilitätseffekte an der Vorder- und Hinterkante werden nicht berücksichtigt. Transsonische Effekte können allerdings über Korrekturfaktoren mit einbezogen werden.
- Das Wirbelgitter wird nicht auf der Blattoberfläche gebildet, sondern in der Ebene der Profillinie. Die Dicke des Rotorblattes wird somit vernachlässigt.
- Die ins unendliche laufenden Wirbellinien laufen normalerweise parallel zur lokalen Anströmungsrichtung und flach. Der Effekt eines drehenden Nachlaufs wird somit nicht berücksichtigt.

### Zusammenfassung

Das Wirbelgitter-Verfahren ermöglicht es, mit vertretbarem Aufwand die Wirbelstärkeverteilung auf einem Tragflügel zu berechnen. Daraus lassen sich durch Integration der Auftrieb und der Widerstand ermitteln. Zur Anwendung an Rotoren sind einige Anpassungen nötig, um beispielsweise die in radialer Richtung veränderliche Anströmungsgeschwindigkeit zu berücksichtigen. Zusammen mit einer gegebenen Rotorgeometrie kann so allerdings der erzeugte Schub  $T$  und die benötigte Leistung  $P$  berechnet werden.

Leider bleibt die Profildicke in diesem Verfahren unberücksichtigt, weshalb sich die Druckverteilung auf einem Rotorblatt nicht berechnen lässt. Zusätzlich gelten die getätigten Annahmen nur im Rahmen kleiner Anstellwinkel und linearer aerodynamischer Effekte. Diese Bedingung stellt bei der Betrachtung von Rotoren eine große Einschränkung dar und existiert bei der BEM beispielsweise nicht.

Ein weiteres Problem der Anwendung bei Rotoren sind die gerade ins Unendliche laufenden Hufeisenwirbel-Stücke. Diese Wirbelstücke repräsentieren in den Nachlauf abgegebene Wirbel. Bei einem Rotor verlaufen diese allerdings nicht gerade, sondern in einer Helix.

Der Designprozess eines Rotorblattes gestaltet sich mit dieser Methode auch schwierig, da das Gitter vor der Berechnung erzeugt werden muss. Dazu muss eine kontinuierliche Rotorgeometrie bekannt sein. Eine Möglichkeit wäre hierbei ein Iterationszyklus, welcher sehr viele vorher definierte Geometrieconfigurationen durchrechnet und die beste auswählt. Diese Vorgehensweise ist allerdings wenig praktikabel.



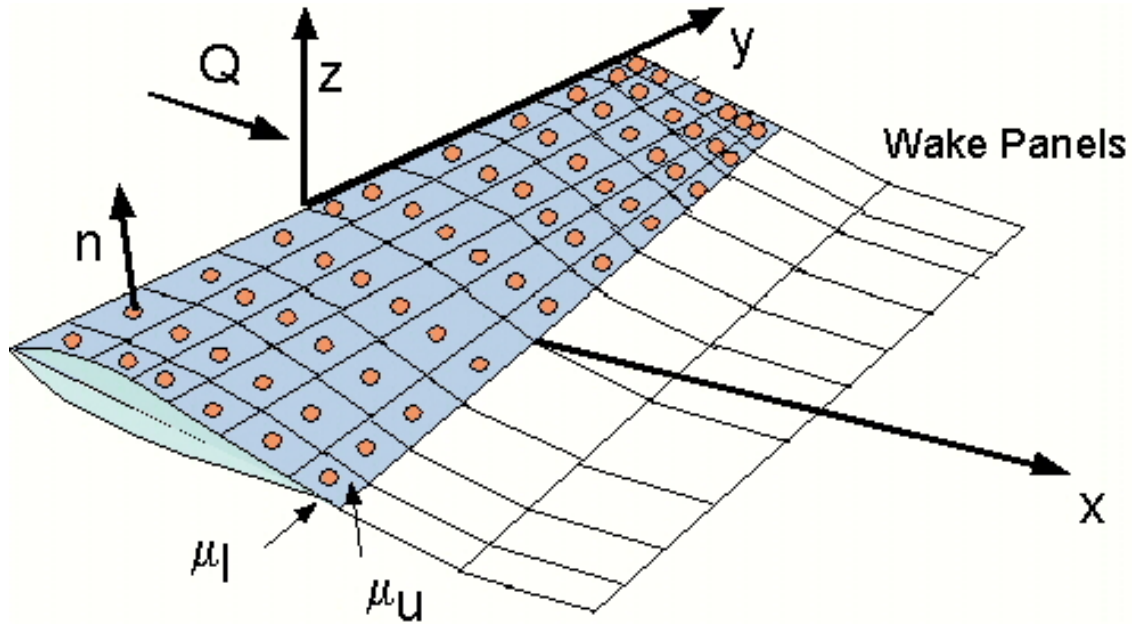


Abbildung 2.5: Diskretisierung für die Panel-Methode [6]

### 2.1.4 Panel-Methode

Wie das Wirbelgitter-Verfahren basiert auch die Panel-Methode auf der Potentialtheorie und das Rotorblatt wird mit einem Gitter diskretisiert. Die Panels liegen nicht mehr auf der Profilachse, sondern sind, wie in Abbildung 2.5 dargestellt, auf der tatsächlichen Profiloberfläche (Oberseite und Unterseite) angeordnet. Damit wird bei diesem Verfahren die Profildicke nicht mehr vernachlässigt und es lässt sich so auch eine Druckverteilung  $\Delta c_p$  berechnen.

Allerdings muss bei diesem Verfahren auf jedem Panel die linearisierte Potentialgleichung

$$(1 - M^2) \phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} = 0 \quad (2.1.25)$$

gelöst werden. Dafür werden nach [14] S.5 Randbedingungen benötigt:

Wie beim Wirbelgitter-Verfahren muss die senkrecht auf der Oberfläche jedes  $\frac{3}{4}$ -Punkts (in Abbildung 2.5 orange dargestellt) stehende Komponente der Strömungsgeschwindigkeit Null sein.

Damit ist das Gleichungssystem bestimmt und mathematisch lösbar. Um ein Ergebnis mit einer unphysikalischen Umströmung der Profilhinterkante zu vermeiden muss die Kutta'sche Abflussbedingung erfüllt sein: Die Strömung muss von der Hinterkante glatt abfließen und darf diese nicht umströmen.

Aus diesen Angaben lässt sich die Strömungsgeschwindigkeit an jedem Punkt eines Rotorblattes bestimmen. Aus der Geschwindigkeit kann mit Hilfe der Bernoulli-Gleichung der lokale Druck und daraus eine Druckverteilung berechnet werden. Hieraus lassen sich anschließend der Auftrieb  $L$ , der Widerstand  $D$ , der Schub  $T$ , die Wirbelstärkeverteilung  $\Gamma$  und die Rotoreffizienz  $\eta$  berechnen.

Ein weiterer Vorteil dieser Methode ist, dass auch der Nachlauf des Rotors paneliert werden und mit anderen Randbedingungen in die Berechnungen einfließen kann. So ergibt sich zusätzlich eine Wirbelstärkeverteilung im Nachlaufeld.

### Zusammenfassung

Die Panel-Methode ermöglicht von allen vorgestellten Methoden die detaillierteste Berechnung der Leistungskennwerte - allerdings wird dafür auch die meiste Rechenzeit benötigt. Als Ergebnis ergibt sich eine kontinuierliche Zirkulations- und Druckverteilung und daraus ergeben sich alle anderen Parameter. Außerdem kann in diese Methode direkt eine Berechnung des Nachlaufs integriert werden, in dem eine vorhandene Nachlaufgeometrie ebenfalls diskretisiert wird.

Für die Panel-Methode wird wie auch bei der Wirbelgitter-Methode eine genau vorgegebene, durch Panels diskretisierte Geometrie benötigt. Automatische Meshing-Methoden arbeiten im Allgemeinen oft nicht ausreichend gut, sodass jede zu berechnende Geometrie zuerst diskretisiert werden muss.

Diese Eigenschaft erschwert auch die Auslegung bzw. den Entwurf einer optimalen Geometrie.

### 2.1.5 Bewertung der Methoden und Methodenauswahl

Bei der Erstellung des flexibel erweiterbaren Programmsystems, in dem prinzipiell alle vorgestellten und auch weitere Methoden implementierbar sind, kann im Rahmen dieser Semesterarbeit nur eine der vorgestellten Methoden implementiert werden: es muss die dafür am besten geeignete nach folgenden Kriterien ausgewählt werden:

- Mit MATLAB soll ein Rotor mit vorhandener Geometrie analysiert werden können: Diese Funktion erfüllen alle Methoden - wenn auch mit stark unterschiedlicher Qualität der Ergebnisse.
- Für gegebene Designparameter soll eine optimale Rotorgeometrie entworfen werden können. Beim Wirbelgitter-Verfahren und bei der Panel-Methode ist dies schwierig, da in beiden Fällen jede zu berechnende Geometrie diskretisiert und mit einem Gitter versehen werden muss. Die Actuator-Disk-Theorie ermöglicht lediglich, den Rotorradius zu bestimmen, gibt aber sonst keinen Aufschluss über den Rotor. Für

den Entwurf der Rotorgeometrie ist die BEM am besten geeignet, da sich hiermit genaue Profilparameter und Blattneigungswinkel bestimmen lassen.

- Es sollen mit möglichst geringem Rechenaufwand verschiedenste Konfigurationen berechnet werden können. Die nötige Erzeugung der Panels lässt auch in dieser Hinsicht die Wirbelgitter- und die Panel-Methode ausscheiden. Die BEM benötigt mit guten Profilpolaren als Grundlage nicht lange bis zur Konvergenz, sodass sich auch große Variationen der Blattprofile und Anströmungsbedingungen in relativ kurzer Zeit berechnen lassen.

Folglich wird die Blatt-Element-Impuls-Methode ausgewählt. In Kapitel 3 wird genauer auf die Struktur des Programmsystems und die numerische Umsetzung eingegangen.

### 2.1.6 Erweiterung der BEM für schräge Anströmung

Um auch schräge und nicht-planare Anströmungsvarianten des Rotors analysieren zu können, wurden an der BEM einige Erweiterungen vorgenommen:

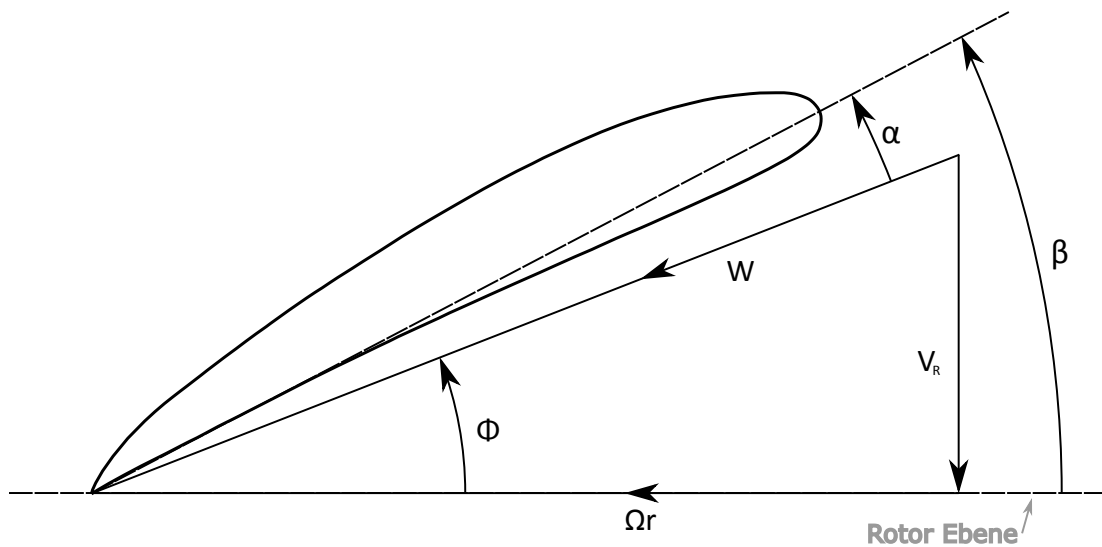


Abbildung 2.6: Lokaler Profilschnitt

Schräge und/oder nicht-planare Anströmung führt dazu, dass sich die Anströmungsgeschwindigkeit in eine Komponente senkrecht zum Rotor - (parallel zur Rotorachse) und 2 Komponenten in der Rotorebene - (senkrecht zur Rotorachse) zerlegen lässt.

Für einen schrägen Anströmungswinkel  $\gamma$  und der Richtung  $\chi$ , aus der die schräge Strömung kommt, berechnen sich die zu einem Profil senkrecht, parallel und radial

liegenden Geschwindigkeitsanteile zu:

$$V_{senkrecht} = V_{\infty} \cos \gamma V_{parallel} = V_{\infty} \sin \chi - \theta \sin \gamma V_{radial} = V_{\infty} \cos \chi - \theta \sin \gamma \quad (2.1.26)$$

Diese zusätzlichen Geschwindigkeitskomponenten müssen bei der Berechnung der lokalen Anströmungsgeschwindigkeit  $W$  berücksichtigt werden. Die Komponente parallel zur Rotorachse  $V_{senkrecht}$  ist an jeder Position des Rotors gleich und in der Richtung gegenüber der erneut in Abbildung 2.6 gezeigten Anströmung  $V_{\infty}$  unverändert, während die Anteile parallel zur Rotorebene von der azimuthalen Position  $\theta$  abhängig sind.  $V_{parallel}$  liegt am Profil parallel zu dem Vektor  $\Omega r$ , zeigt aber in die entgegengesetzte Richtung.  $V_{radial}$  zeigt in radialer Richtung nach außen. Diese Anteile müssen bei der Berechnung von  $W$  mit dem Produkt  $\Omega r$  verrechnet werden.

Dadurch werden die Gleichungen zur Berechnung von  $W$  und  $\phi$  abhängig von  $r$  und dem Winkel  $\theta$ , der die aktuelle azimuthale Position des Rotorblattes angibt. Für alle Berechnungen wird der Geschwindigkeitsanteil in radialer Richtung vernachlässigt.

Nach [15] S.58 wird die oben aufgeführte Berechnung mit der BEM im Fall einer schrägen Anströmung für alle  $\theta \in [0, 2\pi]$  einzeln durchgeführt und anschließend werden die berechneten Werte gemittelt. Hierbei wird zuerst der Mittelwert aus allen  $\theta$  gebildet und erst dann die Integration von der Rotornabe bis zur Rotorspitze durchgeführt.

## 2.2 Nachlaufberechnung

Ein weiterer Teil der benötigten Berechnungen betrifft den Nachlauf des Rotors. Mit der Absicht, auf aufwändige CFD-Rechnungen zu verzichten, wurde eine Wake-Relaxation-Methode ausgewählt, die auf dem Biot-Savart-Gesetz nach [8] basiert.

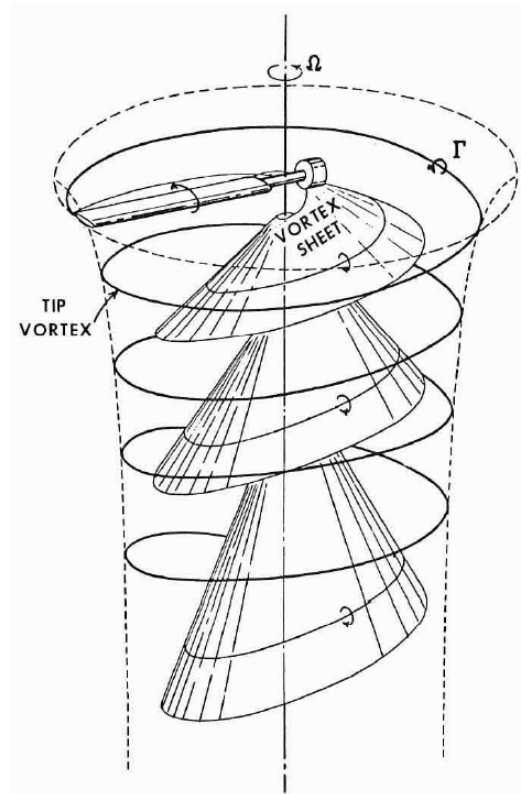
Mit Hilfe des Biot-Savart-Gesetzes lässt sich berechnen, welche Geschwindigkeit  $V_{ind}$  ein in der Luft vorhandener Wirbel auf einen bestimmten Punkt im Raum induziert. Die Richtung wird dabei im Fall eines unendlich langen, geraden Wirbelfadens aus der Lage des Punktes relativ zum Wirbel mit Hilfe des Kreuzproduktes aus Wirbelorientierung und dem senkrechten Abstand zwischen Punkt und Wirbel bestimmt. Der Betrag der induzierten Geschwindigkeit ist umgekehrt proportional zum kürzesten Abstand  $h$  zwischen Wirbel und Punkt. Es gilt:

$$V_{ind} = \frac{\Gamma}{2\pi h} \quad (2.2.1)$$

Für eine gegebene Startlösung kann durch Anwendung dieses Satzes auf den Nachlauf eines Rotors die Nachlaufgeometrie bestimmt werden, in dem alle Wirbel sich gegenseitig so weit beeinflussen, bis ein Gleichgewicht entstanden ist. Dabei gilt die Annahme einer inkompressiblen Strömung. Außerdem wird die Dissipation der Wirbel vernachlässigt.

Der allgemeine Nachlauf ist in Abbildung 2.7 dargestellt und lässt sich grundsätzlich in 3 Komponenten aufteilen:

- Den in der Zeichnung gut als schwarze Linie erkennbaren Blattspitzenwirbel (Tip Vortex), welcher an der Spitze jedes Blattes abgeht und sich anschließend im Nachlauf des Rotors nach hinten bewegt.
- Die Wirbelfläche, welche an der gesamten Hinterkante jedes Blattes beginnt und sich als Schraubenfläche nach hinten fortsetzt und dabei die Orientierung ändert (Vortex Sheet)
- Die in Abbildung 2.7 nicht dargestellten Wirbelelemente, welche parallel zu dem gebundenen Wirbel auf einem Blatt in den Nachlauf übergehen, da sich der gebundene Wirbel mit dem Blatt weiter dreht.



**Abbildung 2.7:** Schematische Skizze des Rotornachlaufs eines Blattes [9]

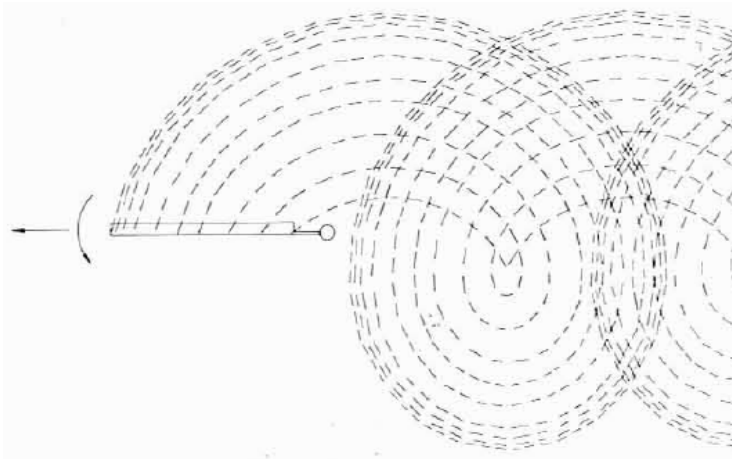
Am stärksten ausgeprägt ist dabei der Wirbel an der Spitze des Rotorblattes, welcher sich durch Aufrolleffekte ergibt. Kaum ausgeprägt sind dagegen die zuletzt genannten Wirbelelemente, weshalb diese in den folgenden Berechnungen vernachlässigt werden. Berücksichtigt wird allerdings der gebundene Wirbel auf dem Rotorblatt mit der Wirbelstärke  $\Gamma$  (bekannt aus der Performanceanalyse), da von diesem die Wirbelfläche ausgeht und den größten Anteil ihrer initialen Axialgeschwindigkeit erhält.

Die axiale Geschwindigkeit des Blattspitzenwirbels bleibt relativ konstant, bis das nächste Rotorblatt über den Wirbel dreht. In diesem Moment steigt die axiale Geschwindigkeit auf einen neuen, annähernd konstanten Wert. Wie in Abbildung 2.7 zu erkennen, bewegt sich dieser Blattspitzenwirbel im Nachlauf relativ unabhängig von der Wirbelfläche.

Diese Fläche speist sich aus dem gebundenen Wirbel auf dem Rotorblatt und liegt zu Beginn in der Rotorebene. Allerdings bewirken die über die Fläche nicht konstante

Wirbelstärke und die unterschiedliche Nähe zum Blattspitzenwirbel eine ungleich verteilte axiale Geschwindigkeit, weshalb die Wirbelfläche immer weiter nach außen kippt. Dieser Effekt kommt unter anderem von der entgegengesetzten Wirbeldrehrichtung des starken Blattspitzenwirbels, welcher die Fläche außen schneller nach hinten drückt.

Ein weiterer wichtiger Effekt lässt sich am Rand des Nachlaufgebietes erkennen: Kurz nach dem Rotor schnürt sich der Nachlauf etwas ein. Ein mit der Methode der Wake-Relaxation berechnetes Ergebnis sollte diese Einschnürung ebenfalls abbilden.



**Abbildung 2.8:** Wirbelfläche hinter dem Rotorblatt [8]

Um die Verhältnisse bei schräger Anströmung genauer darzustellen, ist in Abbildung 2.8 ein gegen den Uhrzeigersinn drehendes Rotorblatt samt davon abgehender Wirbelfläche im langsamen Vorwärtsflug von oben gezeigt. Die Situation verhält sich analog zu einem schräg angeströmten Propeller, da der Nachlauf aus Sicht des Propellers nicht nur nach hinten, sondern auch zur Seite verschoben wird und sich ein schräger Nachlaufzylinder ergibt.

Dieser Zylinder wird in gerader bzw. schräger Ausführung für die planare bzw. schräge Anströmung als Startlösung verwendet. Anschließend wird das Biot-Savart-Gesetz auf alle Wirbel angewandt und deren gegenseitige Beeinflussung berechnet. Die induzierten Geschwindigkeiten ergeben zusammen mit der Bewegung des Rotors eine Verschiebung aller Wirbelelemente relativ zum Rotor. Durch die Drehung des Rotors werden am Rotor laufend neue Wirbel erzeugt und erneut das Biot-Savart-Gesetz angewendet. Diese Berechnungen werden wiederholt, bis sich bei den vorhandenen und neu erzeugten Wirbeln relativ zum Rotor keine Änderungen mehr ergeben.

Experimente haben nach [8] S.24 gezeigt, dass der Zylinderrand des tatsächlichen Nachlaufs (von hinten gesehen) beginnt, sich an der Seite aufzurollen - ähnlich zum Nachlauf eines Tragflügels an einem Flugzeug. Diese Eigenschaft sollte von der angewandten Berechnungsmethode ebenfalls abgebildet werden.

## 2.3 Rotorblattprofile

Für die Anwendung der BEM müssen Auftriebs- und Widerstandsbeiwert  $C_L$  und  $C_D$  eines Profils aus den Profilpolaren gelesen werden. Diese Kurven tragen den entsprechenden Beiwert über dem Anstellwinkel des Profils für eine bestimmte Mach- und Reynoldszahl auf. Diese Kurven sind, wie schon erwähnt, entweder vorhanden oder müssen zuerst berechnet werden.

### 2.3.1 UIUC-Datenbank

Das Luft- und Raumfahrt-Institut der Universität von Illinois (UIUC) hat eine umfangreiche Datenbank, in der für sehr viele Profile Koordinatenpunkte und Profilpolaren abrufbar sind. Zur Berechnung sollte das implementierte Programm auf diese Profilpolaren zugreifen und zwischen diesen interpolieren können. Leider sind alle verfügbaren Polaren aus Windkanalquellen und die Machzahl ist Null. Daher kann bei Benutzung dieser Datenbank nur über die Reynoldszahl interpoliert werden. Bei einem Bezug der Profilpolaren aus anderen Quellen sollte das Programmsystem auch über vorhandene Machzahlvariationen interpolieren können.

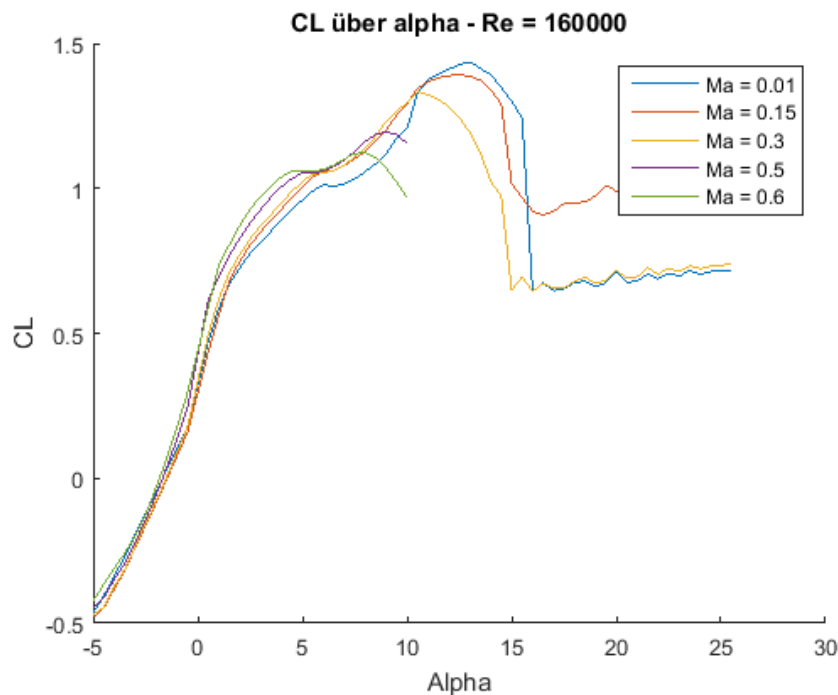


Abbildung 2.9: Lokaler Profilschnitt

In Abbildung 2.9 ist exemplarisch für ein nicht in der Datenbank enthaltenes Profil bei der Reynoldszahl 160000 die Abhängigkeit des Auftriebsbeiwertes von der Machzahl

zu sehen. Aufgetragen ist in X-Richtung der Anstellwinkel  $\alpha$  und in Y-Richtung der Auftriebsbeiwert  $C_L$ . Gezeichnet ist jeweils eine Linie für jede verfügbare Machzahl. Im linearen Bereich von  $\alpha = -5^\circ$  bis  $\alpha = +5^\circ$  sieht man sehr wenig Abweichung, im Bereich darüber dagegen relativ starke Abweichungen.

Trotzdem wird für in der UIUC-Datenbank befindlichen Profile die Datenbank zur Berechnung der Rotorkräfte herangezogen, da eine eigenständige Erstellung der Polaren vieler verschiedener Profile relativ aufwändig ist und die meisten Profile vor allem in ihrem jeweiligen linearen Bereich benutzt werden.

### 2.3.2 XFOIL

Sind für das Blattprofil eines Rotorabschnitts keine Polardaten verfügbar, müssen diese zuerst mit Hilfe von XFOIL [5] berechnet werden. Diese mit relativ hohem Aufwand verbundene Methode wurde entwickelt, um in Einzelfällen für ein nur durch Geometrie bekanntes Profil oder für ein speziell gefordertes, nicht in der UIUC-Datenbank enthaltenes Profil die entsprechenden Polaren zu berechnen und eine Verwendung mit der BEM zu ermöglichen.

XFOIL ist ein in FORTRAN geschriebenes Programm von Mark Drela zur Erstellung und Berechnung von Flügelprofilen. Zusätzlich kann XFOIL viskose Profilmströmungen berücksichtigen. Damit lassen sich für verschiedene Reynolds- und Machzahlen die Profilpolaren eines nicht in der Datenbank verfügbaren Profils berechnen. Der genauere Ablauf wird im nächsten Kapitel zur numerischen Umsetzung aller Aspekte detailliert beschrieben.

### 2.3.3 Bereichserweiterung der Profilpolaren

In der Abbildung des Auftriebsbeiwertes 2.9 ist zu sehen, dass Profilpolaren in den meisten Fällen nur den Anstellwinkelbereich abdecken, in dem der Auftriebsbeiwert linear mit dem Anstellwinkel steigt. Gerade bei einer schrägen Rotoranströmung oder im Fall von Windkraftanlagen treten teilweise deutlich größere bzw. große negative Anstellwinkel auf. XFOIL kann in diesem Fall keine Berechnungen durchführen, da das Programm bei abgelöster Strömung Konvergenzprobleme hat.

Um dieses Problem zu beheben, können empirische Modelle nach [16] die vorhandenen Auftriebs- und Widerstandskurven für Anströmungen aus beliebiger Richtung erweitern. Der Anstellwinkel kann einen Vollkreis mit Werten  $\alpha \in [0; 360]$  überstreichen und so auch Ablösung, Strömungsabriss(stall) und Rückwärtsanströmung abdecken. Dabei werden die Kurven aus Werten des linearen Beiwertbereiches berechnet.

Die empirischen Modelle stützen sich dabei auf folgende Werte aus dem nicht abgelösten Strömungsbereich (pre-stall):



- $\alpha_0$ : Anstellwinkel, bei dem das Profil keinen Auftrieb produziert
- $\alpha_{CL1}$ : Anstellwinkel, bei maximalem pre-stall Auftrieb
- $CL1_{max}$ : Maximaler pre-stall Auftriebsbeiwert
- $S1$ : Steigung im linearen Bereich des Auftriebsbeiwerts
- $CD_0$ : Minimaler Widerstandsbeiwert
- $\alpha_{CD1}$ : Anstellwinkel, bei maximalem pre-stall Widerstandsbeiwert
- $CD1_{max}$ : Maximaler pre-stall Widerstandsbeiwert

Der Index 1 bezeichnet dabei den pre-stall Bereich, der Index 2 bezeichnet den abgelösten Bereich (post-stall).

Für die Berechnung der Kurven im post-stall Bereich müssen zuerst die maximale Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte  $CL2_{max}$  und  $CD2_{max}$  ermittelt werden.

$$CL2_{max} = 1,190 \left[ 1,0 - \left( \frac{t}{c} \right)^2 \right] \left[ 0,65 + 0,35 e^{-\left( \frac{9,0}{\lambda} \right)^{2,3}} \right] \quad (2.3.1)$$

$$CD2_{max} = 2,300 e^{-\left[ 0,65 \left( \frac{t}{c} \right) \right]^{0,9}} \left[ 0,52 + 0,48 e^{-\left( \frac{6,5}{\lambda} \right)^{1,1}} \right] \quad (2.3.2)$$

Diese beiden Werte werden benötigt, um den Kurvenverlauf zu bestimmen. Dieser wird in mehrere Teile gegliedert:

Für  $0 < \alpha < \alpha_{CL1}$  gilt für den Auftriebsbeiwert:

$$CL2 = 0 \quad (2.3.3)$$

Für  $\alpha_{CL1} < \alpha < 92^\circ$  gilt:

$$CL2 = -0,032 (\alpha - 92) - RCL2 \left( \frac{92 - \alpha}{51} \right)^{N2} \quad (2.3.4)$$

mit  $RCL2 = 1.632 - CL2_{max}$  und  $N2 = 1 + \frac{CL2_{max}}{RCL2}$ .

Für  $\alpha > 92^\circ$

$$CL2 = -0,032 (\alpha - 92) - RCL2 \left( \frac{\alpha - 92}{51} \right)^{N2} \quad (2.3.5)$$

Der Widerstandsbeiwert berechnet sich:

Für  $(2\alpha_0 - \alpha_{CL1}) < \alpha < \alpha_{CL1}$

$$CD2 = 0 \quad (2.3.6)$$

Für  $\alpha > \alpha_{CD1}$

$$CD2 = CD1_{max} + (CD2_{max} - CD1_{max}) \sin\left(90 \frac{\alpha - \alpha_{CD1}}{90 - \alpha_{CD1}}\right) \quad (2.3.7)$$

Über eine an Testdaten angepasste Kurve werden  $C_L$  und  $C_D$  bis zu einem Anstellwinkel von  $180^\circ$  verlängert. Auftriebs- bzw. Widerstandsbeiwert für negative Anstellwinkel ( $\alpha < 0$ ) werden durch die Annahme einer antisymmetrischen bzw. symmetrischen Kurve ebenfalls abgebildet:

$$CL2[\alpha] = -CL2[-\alpha + 2\alpha_0] \quad \text{für } \alpha < 0 \quad (2.3.8)$$

$$CD2[\alpha] = CD2[-\alpha + 2\alpha_0] \quad \text{für } \alpha < (2\alpha_0 - \alpha_{CL1}) \quad (2.3.9)$$

In einem letzten Verarbeitungsschritt müssen die pre- und post-stall Kurven zusammengeführt werden. Dazu wird jeweils der größere Wert der beiden Kurven übertragen:

$$CL[\alpha] = \max CL1[\alpha], CL2[\alpha] \quad (2.3.10)$$

$$CD[\alpha] = \max CD1[\alpha], CD2[\alpha] \quad (2.3.11)$$

Für negative Anstellwinkel wird CL auf das jeweilige Minimum gesetzt.

Die so berechneten Kurven werden im letzten Kapitel zur Validierung eingehend betrachtet und mit Messdaten verglichen, um Aussagen zum anwendbaren Anstellwinkelbereich und zur Qualität der Werte treffen zu können.

## 3 Programmstruktur und Software-Implementierung

Um alle Anfangs als Ziele beschriebenen Anforderungen und Anwendungsfälle abzudecken und die im vorherigen Kapitel ausgewählten Methoden in einem Softwaresystem verknüpfen zu können, muss die Programmstruktur von Beginn an auf eine einfache Erweiterbarkeit ausgelegt werden. Diese Struktur und die numerische Umsetzung der Methoden werden im folgenden Kapitel beschrieben. Aufgrund des großen Umfangs der konzipierten Struktur wurden einige strukturell vorgesehenen Elemente in der vorliegenden Arbeit nicht oder nur in Ansätzen implementiert, jedoch sind die Schnittstellen dafür bereits vorgesehen bzw. eingebaut.

### 3.1 Programmstruktur

Grundlage beim Design der Programmstruktur waren folgende Aspekte:

- Das Programm soll auf einer zu definierenden objektorientierten, datenbankähnlichen Ablagestruktur aufbauen, in der die Daten der berechneten Rotoren und alle Designparameter gespeichert werden können.
- Die verschiedenen Methoden sollen alle benötigten Informationen aus dieser Ablagestruktur beziehen und sämtliche Ergebnisse darin ablegen können.
- Neue Design- bzw. Analyse-Parameter werden in diese Ablagestruktur geschrieben und von den Methoden ausgelesen.
- Neue Methoden oder Anwendungsfälle setzen ebenfalls hier auf und lassen sich auf diese Weise leicht in das Programm integrieren.
- Über Exportfunktionen können Ergebnisse einfach exportiert und in anderen Programmen verwendet werden.

Das zu implementierende Programmsystem wurde als Architekturschaubild ausgearbeitet: In Abbildung 3.1 ist die gesamte Struktur dargestellt. Die Einteilung in die drei Bereiche Build, Analyze und External Interface bildet 3 Aufgabenfelder ab:

- Entwurf eines Rotors

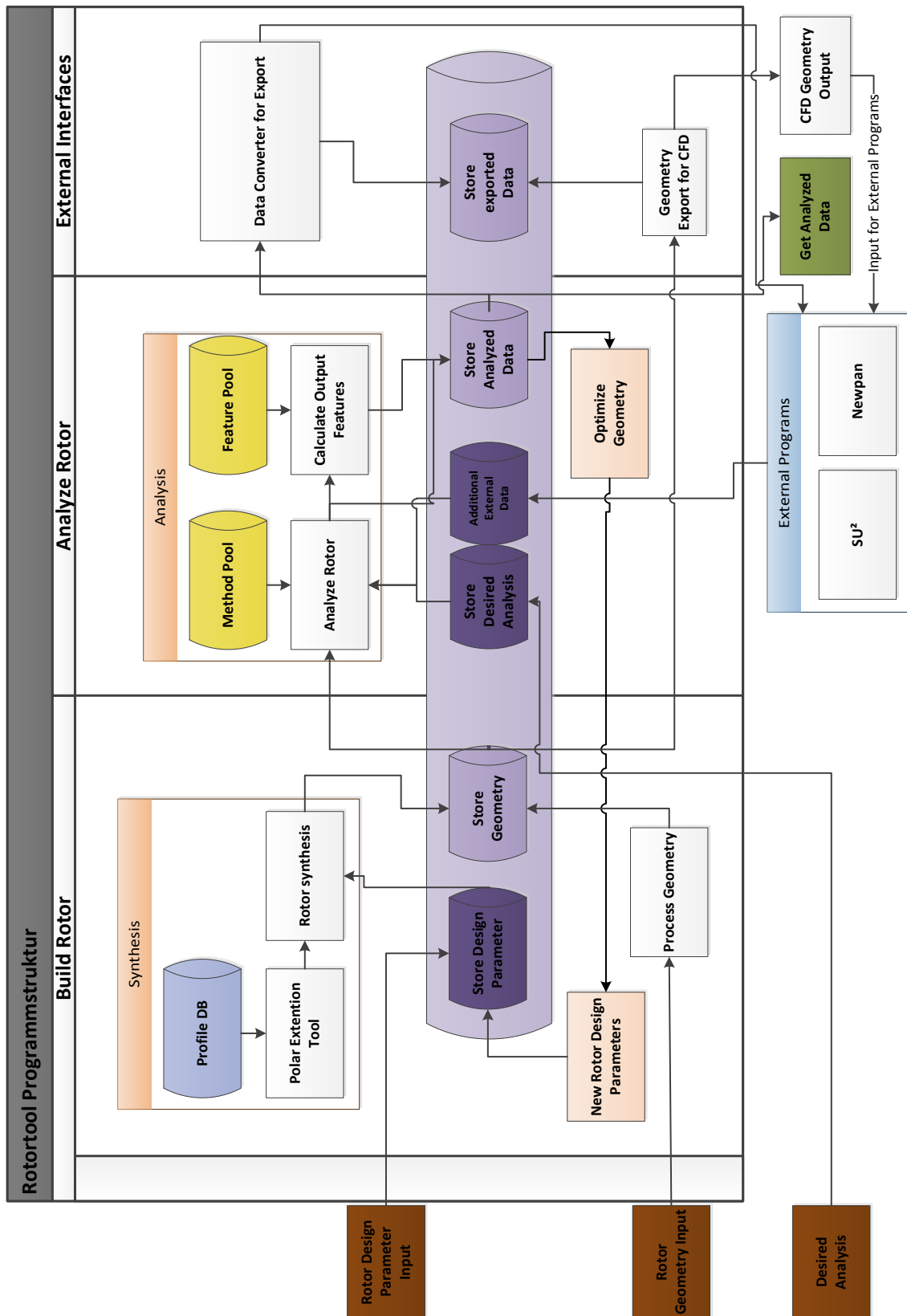


Abbildung 3.1: Gesamte Programmstruktur

- Analyse eines Rotors
- Export der Rotordaten bzw. der Analyseergebnisse in andere Programme

Jeder Teilbereich wird anschließend genauer betrachtet.

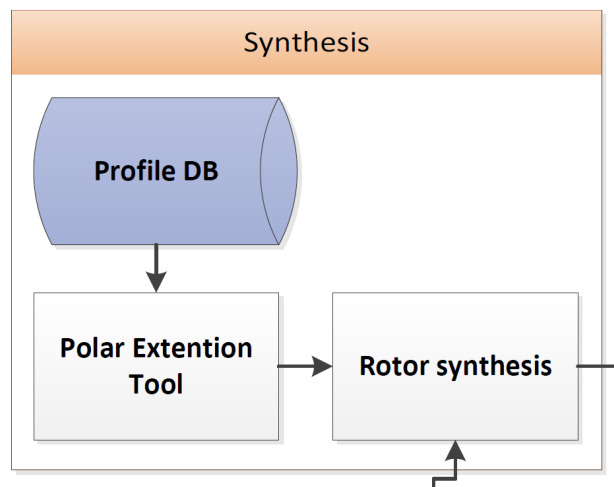
Durch alle Aufgabenfelder zieht sich die in lila Farbe abgebildete Ablagestruktur. Wie schon erwähnt, greifen alle Funktionen auf diese Struktur zu, um ihren jeweiligen Input zu beziehen und die Ergebnisse abzuspeichern. Der Nutzen dieser Vorgehensweise ist die leichte Austauschbarkeit der einzelnen Arbeitsschritte durch andere Funktionalitäten und die einfache Möglichkeit, einzelne Berechnungen zu überspringen, sollten die Ergebnisse schon vorliegen.

Die verschiedenen Eingabeoptionen sind in braunen Blöcken dargestellt. Eine Eingabeoption ist die gewünschte Auslegung eines Rotors, wofür bestimmte Designparameter wie beispielsweise die Größe oder geforderte Leistungskennwerte angegeben werden müssen („Rotor Design Parameter Input“). Diese fließen in die Ablagestruktur und werden anschließend im Synthese-Block verarbeitet. Der erstellte Rotor wird anschließend in der Ablage abgelegt und kann für verschiedene Analysen oder den Export verwendet werden. Eine weitere Eingabeoption ergibt sich, wenn die Geometrie des Rotors schon vorhanden ist, beispielsweise als Parameterset aus Berechnungen mit anderen Programmen oder als echter Propeller. Die im Block „Rotor Geometry Input“ enthaltene Rotorgeometrie wird im Block „Process Geometry“ importiert und verarbeitet. Die Verarbeitung eines real vorliegenden Propellers wird an einem Beispiel am Ende dieses Kapitels beschrieben. Die dritte Eingabeoption „Desired Analysis“ zielt darauf ab, einen schon im System vorhandenen Rotor zu analysieren. Dazu müssen Parameter der Analyse vorgegeben werden, woraufhin der Analyseblock auf die entsprechende Rotorgeometrie in der Datenbank zugreift und verschiedene Analysen durchführt. Bei dieser Anwendung wird somit der „Build Rotor“ Teil des Programmes komplett umgangen.

#### 3.1.1 Programmblock Build Rotor

Im Programmblock Build Rotor sind Funktionen zur Rotorsynthese vereint. Wie in Abbildung 3.2 dargestellt, besteht die Synthesefunktion des Programms aus 3 Bausteinen: „Profile DB“, „Polar Extention Tool“ und „Rotor Synthesis“.

Die „Profile DB“ setzt sich aus mehreren Datenbanken zusammen. Einerseits kann auf die schon erwähnte UIUC-Datenbank zugegriffen werden, um die Daten von dort verfügbaren Profilen zu verwenden. Andererseits existiert die Funktionalität, neue Profilpolaren mit XFOIL zu bisher unbekannten Profilen oder bisher nicht abgedeckten Reanolds-/Machzahl-Kombinationen bekannter Profile zu berechnen. Die Ergebnisse aus XFOIL werden ebenfalls in einer übersichtlichen Datenbankstruktur abgespeichert und sind über diesen Strukturblock auslesbar.



**Abbildung 3.2:** Synthese Block

In der aktuellen Implementierung stimmen die Datenbankformate der UIUC- und der XFOIL-Datenbank nicht überein. In fortführenden Arbeiten sollten diese beiden Datenbankformate in Einklang gebracht werden, um zukünftig alle Teildatenbanken zusammenfassen zu können. Das implementierte Programmsystem stellt Funktionen bereit, um aus beiden Formaten die Daten zu extrahieren und gegebenenfalls zwischen den vorhandenen Polaren zu interpolieren.

Idealerweise sind in der Datenbank jedes in der Berechnung benötigten Profils die Profilpolaren für mehrere

Mach- und Reynoldszahlen verfügbar und im selben Format abgelegt.

Übersteigen die benötigten Anstellwinkel den Bereich der Polaren wird der Block „Polar Extension Tool“ benötigt. Diese Bereichserweiterung der Profilpolaren wurde bereits in Kapitel 2.3.3 beschrieben und ermöglicht eine bessere Verwendung der Polaren für die BEM. Alternativ könnte über die verfügbaren Anstellwinkelbereiche hinaus extrapoliert werden, jedoch liefert die Bereichserweiterung deutlich bessere Ergebnisse als eine einfache Extrapolation.

Der „Rotor Synthesis“ Block repräsentiert die tatsächliche Synthese. Diese ist als eine Variation der Blatt-Element-Impuls-Methode implementiert und ermöglicht das Design eines Rotors. Genauer zur Implementierung wird später erläutert.

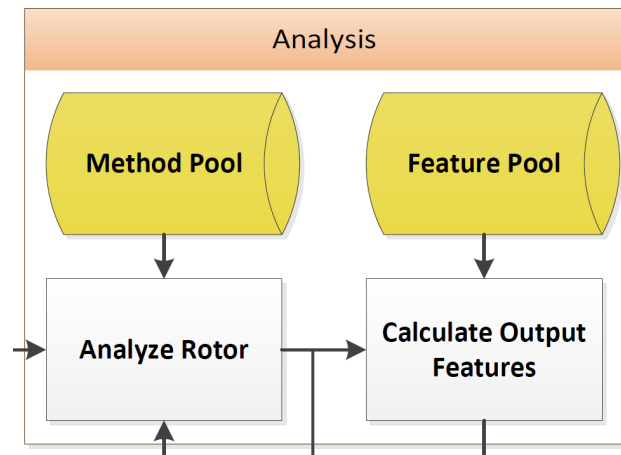
Ein designer Rotor wird anschließend in der Lila dargestellten Ablagestruktur abgelegt, um für spätere Berechnungen und Analysen verfügbar zu sein.

Die anderen beiden Boxen des „Build Rotor“-Programmteils haben folgende Funktionen: in „Process Geometry“ kann eine existierende Geometrie verarbeitet und gespeichert werden. „New Rotor Design Parameters“ enthält neue Designparameter, welche durch eine Geometrieoptimierung bestimmt wurden.

#### 3.1.2 Programmblock Analyze Rotor

Der Programmblock Analyze Rotor beinhaltet Funktionen zur Analyse des Rotors. Das Bild 3.3 ist ein Ausschnitt dieses Programmblocks aus der Gesamtstruktur.

Analyze Rotor enthält vier Komponenten, wovon zwei die Berechnungen durchführen und die beiden anderen Methoden bereitstellen, auf die dafür zugegriffen werden kann. In die Struktur des Blocks „Analyze Rotor“ können verschiedenste Analysemethoden integriert werden. Aktuell verfügbare Methoden sind die im vorherigen Kapitel ausgewählten Methoden BEM zur Performanceanalyse und Wake Relaxation zur Nachlaufberechnung. Mit den Ergebnissen der Analyse können anschließend „Output Features“ wie beispielsweise ein Propellerkennfeld erzeugt werden. Vorgehensweise und Ergebnisse der Kennfelderstellung werden im nächsten Kapitel beschrieben.



**Abbildung 3.3:** Analyse Block

Die Ergebnisse dieser Berechnungen werden wie auch die Ergebnisse des Syntheseprozesses in der Lila Ablagestruktur hinterlegt.

Ein weiteres Element des Analyse-Teils ist der Block „Optimize Geometry“. Dieser stellt eine Verbindung zum Synthese-Abschnitt her, indem iterativ ein Rotor entworfen, analysiert und aufgrund der Analyse-Ergebnisse anhand entsprechend geänderten Design-Parametern modifiziert wird. Ein mögliches Anwendungsbeispiel ist, den Nachlauf eines entworfenen Rotors zu berechnen und anschließend, den Einfluss auf die Anströmung berücksichtigend, die Rotorgeometrie zu optimieren. Dieser Optimierungszyklus ist im aktuellen Programm noch nicht implementiert und kann nur per Hand durchgeführt werden. Eine Automatisierung dieses Kreislaufs ist gegebenenfalls in einer Folgearbeit zu implementieren.

### 3.1.3 Programmblock External Interfaces

Der der Programmblock „External Interfaces“ enthält Funktionalitäten, um berechnete Analysedaten oder Geometrien zu exportieren bzw. in Formate zu konvertieren, welche in anderen Programmen verwendet werden können. Ein wichtiger Anwendungsfall ist hierbei beispielsweise der Export einer erzeugten Geometrie für einen CFD-Solver wie beispielsweise SU<sup>2</sup> [18]. Diese Exportfunktionalität muss ebenfalls in Folgearbeiten implementiert werden.

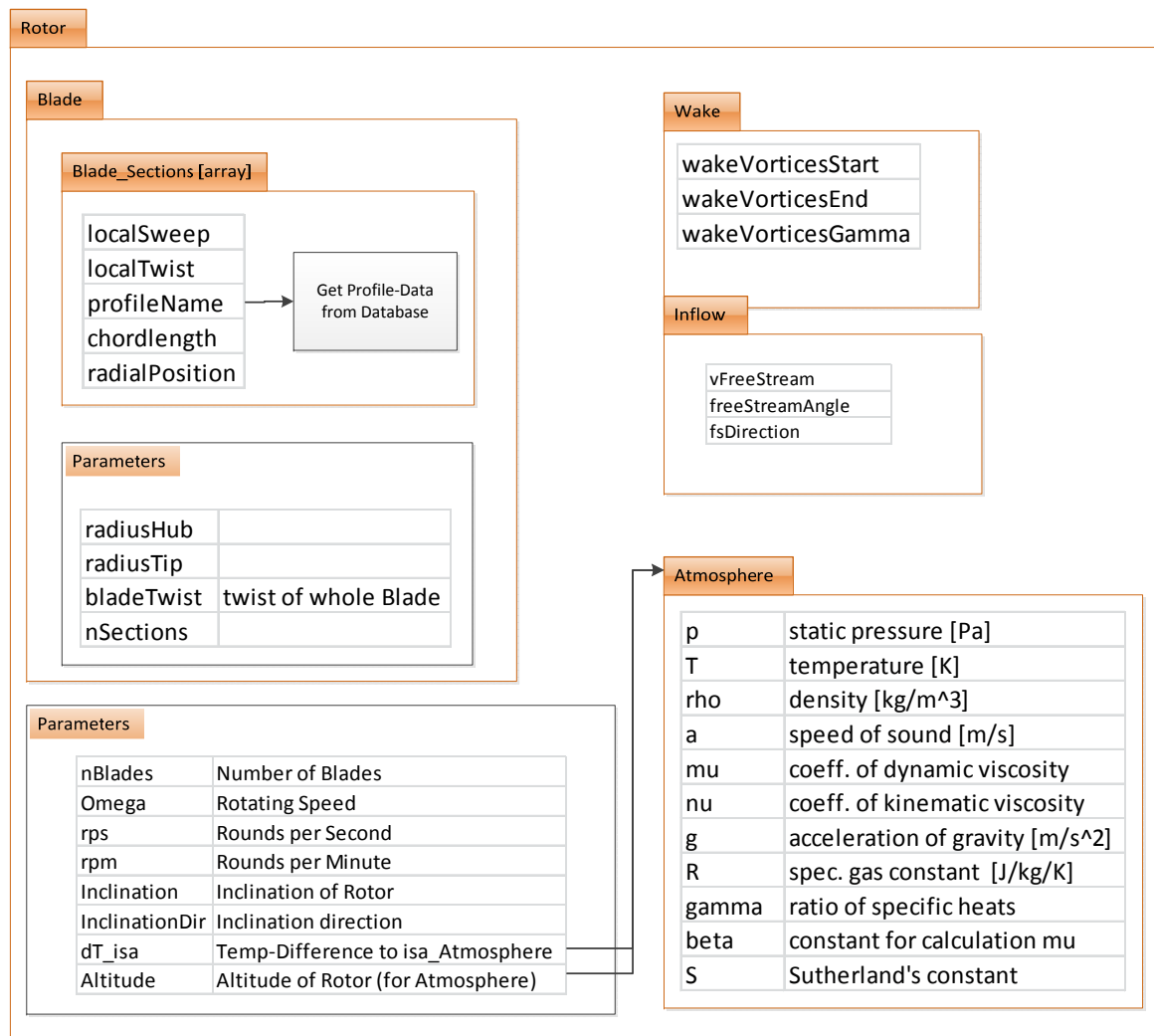


Abbildung 3.4: Struktur der Rotor-Klasse



### 3.1.4 Objektorientierte Abbildung eines Rotors

Zur Speicherung und Bereitstellung aller Daten von Rotoren wird eine objektorientierte Darstellung verwendet. Die Struktur ist in Diagramm 3.4 dargestellt.

#### Rotor

Das äußerste Objekt ist der Rotor. Es enthält und gruppiert alle relevanten Daten, ermöglicht mit seinen zugehörigen Funktionen interne Berechnungen und kann Parameterabhängigkeiten abbilden. Ein Rotorobjekt enthält folgende untergeordnete Objekte:

- ein Blade Objekt
- ein Wake Objekt
- ein Inflow Objekt
- ein Atmosphären Objekt
- mehrere Parameter.

Die Parameter auf dieser Ebene gelten für den ganzen Rotor samt Anströmung und Nachlauf - die nur für Teile des Systems betreffenden Parameter sind den untergeordneten Objekten zugeordnet. Die folgenden Parameter können von allen untergeordneten Objekten ausgelesen und benutzt werden um diverse interne Funktionalitäten abzudecken:

- Die Anzahl Rotorblätter.
- Der Winkel der Rotororientierung zur normalen Anströmung. Dies ist bei Rechnungen mit schräger Anströmung relevant. Die redundante Speicherung im Rotor und im Inflow Objekt ermöglicht instationäre Betrachtungen, da sich in diesem Fall sowohl die Anströmungsrichtung als auch die Ausrichtung des Rotors ändern können.
- Die Richtung des Winkels „inclination“. 0 ist dabei eine Auslenkung nach oben. Durch die separate Speicherung der Richtung ist der oben genannte Winkel immer positiv.
- Die Rotationsgeschwindigkeit wird redundant als  $\Omega$ ,  $n$  und  $rpm$  gespeichert. Wird einer dieser Werte überschrieben, werden auch die anderen automatisch aktualisiert.

Die anderen in einem Rotorobjekt enthaltenen Objekte werden im Folgenden erläutert.

#### **Blade**

In der Struktur ist nur ein „Blade“-Objekt pro Rotor vorgesehen, da Rotoren mit unterschiedlichen Rotorblättern äußerst ungewöhnlich sind. Zyklische Veränderungen an Rotorblättern wie die zyklische Verstellung des Blattwinkels bei Helicoptern sind strukturell möglich, indem Parameter mit einer Abhängigkeit des Umlaufwinkels  $\theta$  definiert werden.

Ein Blatt besitzt jeweils einen Parameter für die Radien an Nabe und Blattspitze. Weiterhin gibt es einen Parameter für den Blattwinkel eines Verstellpropellers.

Zusätzlich enthält jedes Rotorblatt mehrere „Blade Section“-Objekte. Diese Objekte stehen für die bei der BEM benötigten Blattabschnitte. Die Anzahl dieser Abschnitte ist beliebig, um eine variable Auflösung des Blattes abbilden zu können. Jeder Abschnitt speichert folgende Parameter:

- Den Namen des vorliegenden Profils, um auf die richtigen Profilpolaren in der Profildatenbank zugreifen zu können.
- Die lokal vorliegende Profiltiefe.
- Den Speicherort und die Formatanweisung der Profildatenbank. Dies ermöglicht unterschiedlich formatierte Profildatenbanken aus verschiedenen Quellen für die Interpolation zu nutzen.
- Die lokale Profilneigung zur Blattebene. Diese kann dabei durch den Blattwinkel verstellt werden.
- Die lokale Blattpfeilung zur Verhinderung transsonischer Bereiche auf dem Rotorblatt.
- Die radiale Position des Abschnitts.

Als Erweiterung dieser Speicherung des Rotorblattes kann zu jedem Blattabschnitt die Position in axialer und azimuthaler Richtung gespeichert werden um versetzte oder in axialer Richtung nach vorne bzw. nach hinten geneigte Rotorblätter abbilden zu können. Diese Erweiterung ist aktuell noch nicht implementiert.

Damit lässt sich der Rotor selbst hinreichend genau abbilden.

Zusätzlich müssen Informationen zur Umgebung des Rotors gespeichert werden, was mit den folgenden Objekten möglich ist.

#### **Wake**

Im „Wake“-Objekt wird die Nachlaufgeometrie gespeichert. Aus den Berechnungen zum Nachlauf in Abschnitt 2.2 wird die in kartesischen Koordinaten vorliegende Geometrie der Wirbel als Anfangs- und Endpunkte der Wirbelstücke gespeichert. Zusätzlich gibt es eine strukturgleiche Abbildung der Wirbelstärke und des Strömungsfeldes.

#### **Inflow**

Das „Inflow“-Objekt enthält die Anströmungsgeschwindigkeit des Rotors und die oben schon erwähnten Informationen zu Winkel und Richtung einer schrägen Anströmung.

#### **Atmosphäre**

Das letzte Teil des Rotor-Objektes beschreibt die den Rotor umgebende Atmosphäre. Mit den gespeicherten Parametern zu Höhe und Temperaturunterschied zur Standardatmosphäre lassen sich intern schnell alle atmosphärischen Werte berechnen und auslesen.

### **3.1.5 Zentrale Ablagestruktur**

Die zentrale Ablagestruktur ermöglicht es allen Elementen des Programmsystems, Informationen zu lesen und abzulegen. Insbesondere werden alle Geometrie- und Analyseergebnisse darin abgelegt.

Die aktuelle Implementierung benutzt hierfür die objektorientierte Struktur der Rotorobjekte: Für einen Rotor wird ein neues Rotor-Objekt erstellt, das nach dem oben beschriebenen Schema sämtliche Informationen enthält, um den Rotor hinreichend zu charakterisieren. Ergebnisse von Analysen und Designprozessen werden ebenfalls in diesem Rotorobjekt gespeichert. Diese Objekte sind während eines Programmaufrufs im MATLAB Workspace vorhanden und können zur längerfristigen Speicherung als \*.mat-Dateien gespeichert werden.

Zukünftige Implementierungen könnten einem anderen Konzept folgen und z.B. gängige Datenbanken für die Rotorobjekte benutzen.

## 3.2 Designprozess (Build)

Dieser Abschnitt befasst sich mit der Implementierung des Programmteils zum Rotor-entwurf. Diese hält sich größtenteils an die in [2] beschriebene Methode. Im folgenden Algorithmus werden die numerischen Aspekte der Implementierung dargestellt und anschließend erläutert.

Der Algorithmus benötigt folgende Inputdaten:

- Sämtliche im Rotorobjekt enthaltenen Informationen
- Gewünschte Leistung  $P$  oder Schub  $T$

Das Maß der Konvergenz ist in diesem Fall die abgehende axiale Wirbelgeschwindigkeit  $v'$  bezogen auf die Anströmungsgeschwindigkeit:  $\zeta = \frac{v'}{V_\infty}$ . Für ein optimales Design muss  $\zeta$  konstant über den Rotorradius sein und wird somit als skalare Größe gespeichert. Alle restlichen Größen des Algorithmus sind lokale Werte und als Vektoren mit einem Eintrag für jede radiale Position gespeichert.

Zur Durchführung wird ein Startwert für  $Re$ ,  $Ma$ ,  $\zeta$  und  $\alpha$  benötigt.

---

### Algorithm 1 Rotordesign nach [2]

---

```

1: while  $\Delta\zeta > \text{Toleranz}$  do
2:   Berechne  $\phi_{tip}$  an der Blattspitze
3:   Berechne Impulsverlustfaktor  $F$ 
4:   Berechne  $\phi$  auf der gesamten Blattlänge
5:   while  $\Delta\epsilon > \text{Toleranz}$  do ▷ Minimiere Epsilon
6:     Bestimme, an welchen radialen Positionen noch keine Konvergenz vorliegt
7:      $C_L, C_D =$  Interpoliere über die Profilpolaren an jeder radialen Position
8:     Setze  $\alpha$  so, dass  $\epsilon = \epsilon_{min}$ 
9:     Berechne die daraus folgende neue Reynoldszahl
10:  end while ▷ Epsilon ist minimiert, das dafür nötige Alpha ist gefunden
11:  Berechne Interferenzfaktor  $a$ 
12:  Berechne Lokale Anströmungsgeschwindigkeit  $W$ 
13:  Berechne  $Ma$ 
14:  Berechne Profiltiefe  $c$  aus  $W$  und  $Re$ 
15:  Berechne  $\beta = \alpha + \phi$ 
16:  Berechne  $T_C$  und  $P_C$ 
17:  Berechne  $\zeta$ 
18: end while ▷ Berechnung ist konvergiert
19: Berechne Effizienz  $\eta$ 

```

---

Zuerst wird in Zeile 1 des Algorithmus 1 der Anströmungswinkel der Blattspitze abhängig von  $\zeta$  bestimmt. Anschließend wird daraus der Anströmungswinkel des restlichen

Blattes berechnet (Zeile 4) und für die vorliegende Reynolds- und Machzahl an jeder radialen Position der optimale Anstellwinkel  $\alpha$  bestimmt (Zeile 5-10). Dies geschieht per Interpolation zwischen den lokalen Profilpolaren und dem Kriterium, dass  $\epsilon = \epsilon_m$  sein soll. Zeile 6 überprüft für jeden Blattabschnitt, ob die Abbruchbedingung der Schleife schon erfüllt ist und verhindert anschließend eine Interpolation an diesem Abschnitt, da die Interpolation relativ zum Gesamtaufwand die meiste Zeit benötigt.

Nach Bestimmung von  $\alpha$  und  $\epsilon$  kann ab Zeile 11 der axiale Interferenzfaktor bestimmt werden. Dieser ist abhängig von der Belastung des Blattes und muss so bestimmt werden, dass die schon vorgestellten Massen- und Impulserhaltungsgleichungen erfüllt sind. Daraus ergeben sich lokale Anströmungsgeschwindigkeit  $W$ , Machzahl  $Ma$  und Profiltiefe  $c$ .

Aus  $\alpha$  und  $\phi$  wird nun  $\beta$  an jedem Abschnitt berechnet und damit durch Integration über die gesamte Blattlänge  $T_C$  und  $P_C$ . Für die beiden zuletzt genannten Werte unterscheiden sich die Berechnungsformeln, wenn entweder  $P$  oder  $T$  gegeben ist. Aus diesen Werten wird ein neues  $\zeta$  berechnet und der Algorithmus startet von vorn.

Um die aus der Umströmung der Blattspitzen resultierenden Verluste zu berücksichtigen, wird der von Ludwig Prantl vorgeschlagene Impulsverlustfaktor

$$F = \frac{2}{\pi} \arccos(e^{-f}) \quad (3.2.1)$$

$$\text{mit } f = \frac{B}{2} \frac{1-r}{\sin(\phi_{Tip})} \quad (3.2.2)$$

mit einbezogen. Dieser Faktor quantifiziert den Einfluss des Impulsverlustes durch Blattspitzenumströmung an jeder radialen Position  $r$ .

## 3.3 Analysemethoden

Zum Analyseteil gehören die Performanceberechnung mit Hilfe der BEM und die Berechnung eines Rotornachlaufs. Dies soll sowohl für eine planare, als auch für eine schräge Anströmung möglich sein.

### 3.3.1 BEM

Die Analyse mit Hilfe der BEM ist sehr ähnlich zum Designprozess aufgebaut. Die wichtigsten Unterschiede werden im Folgenden skizziert:

Aus der gegebenen Geometrie ist  $\beta$  festgelegt. Zusätzlich ist  $\phi$  aus einer ersten Umrechnung der Anströmungsgeschwindigkeiten mit Hilfe eines geschätzten Interferenzfaktors gegeben. Damit lässt sich

$$\alpha = \beta - \phi \quad (3.3.1)$$

berechnen und damit lassen sich unter Berücksichtigung der Profilpolaren die Kräfte und Momente am Rotor ermitteln. Daraus wird die Belastung des Blattes bestimmt. Aus der bekannten Profiltiefe und der lokalen Geschwindigkeit  $W$  kann außerdem die Reynoldszahl errechnet werden. Damit sind alle nötigen Größen bekannt, um einen genaueren Wert  $\phi$  zu berechnen und einen neuen Interferenzfaktor  $a$  zu bestimmen. Diese Rechenschritte werden wiederholt, bis  $a$  genau den Vorgaben der Massen und Impulserhaltungsgleichungen entspricht.

Im letzten Schritt kann aus diesen Erhaltungsgleichungen  $C_T$  und  $C_P$  sowie die Effizienz  $\eta$  errechnet werden.

Um verschiedenste Betriebspunkte abzudecken, soll sowohl planare als auch schräge Anströmung vorliegen können. Bei der schrägen Anströmung werden mehrere Berechnungen an verschiedenen Umlaufpositionen  $\theta$  durchgeführt und jeweils die lokalen Geschwindigkeitskomponenten der schrägen Anströmung entsprechend angepasst. Ergebnisse wie die gebundene Zirkulation oder lokale Kennwerte sind somit über die Rotorfläche verteilt und vom Azimutwinkel  $\theta$  abhängig.

Um in späteren Implementierungen auch unstetige Effekte berücksichtigen zu können, kann die Umsetzung auch ein Schrägstellen des Rotors zu einer Anströmung aus beliebiger Richtung verarbeiten. In aktuell behandelten stationären Fällen sind diese beiden Varianten schräger Anströmung redundant.

Zur Bestimmung der für den ganzen Rotor geltenden Werte wird zuerst für jeden Abschnitt der Durchschnitt aus einer Umdrehung berechnet und anschließend von der Rotornabe zur Rotorspitze integriert.

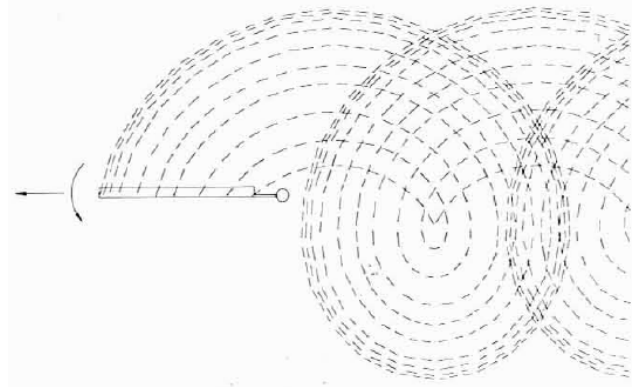
### 3.3.2 Nachlauf

Zur numerischen Anwendung der Wake-Relaxation-Methode nach [8] ist es nötig, die Nachlaufstruktur in kleine, gerade Elemente zu unterteilen. Dazu wird aus der kontinuierlichen Wirbelfläche und dem Blattspitzenwirbel eine Menge kleiner Einzelwirbel erzeugt, welche im Programm durch den jeweiligen Start- und Endpunkt sowie die Wirbelstärke beschrieben werden.

Die in Abbildung 3.5 erneut gezeigte Diskretisierung orientiert sich an der Architektur der übrigen Berechnungen, da aus jedem radialen Blattabschnitt ein **Nachlaufwirbel** entspringt. Die Wirbelstärken  $\Gamma$  dieser Wirbel sind dabei jeweils an genau diesen Punkten aus der Performanceanalyse bekannt. Der **Blattspitzenwirbel** verhält sich dabei wie ein weiterer Profilabschnitt an der Stelle  $r = 1$ . Die Struktur der Schraubenfläche

unterteilt sich, wie in der Abbildung zu erkennen, ebenfalls in diskrete Teilstücke, deren Größe durch die Performanceanalyse vorgegeben wird:

Bei einer schrägen Anströmung werden die Berechnungen an bestimmten Drehpositionen  $\theta$  der Rotorblätter bestimmt. Zwischen diesen Positionen  $\theta_i$  wird ein gerades Wirbelstück angenommen. Bei einer planaren Anströmung wird ebenfalls  $\theta$  zur Unterteilung der Wirbelstücke verwendet, allerdings sind in diesem Fall alle Größen über einen Umlauf konstant. Die Zeit, die der Rotor benötigt, sich um  $\Delta\theta$  zu drehen, wird als  $t_{Step}$  bezeichnet.



**Abbildung 3.5:** Wirbelfläche hinter dem Rotorblatt [8]

Die dritte berücksichtigte Wirbelgruppe ist die des **gebundenen Wirbels** auf dem Blatt. Dieser wird ebenfalls so unterteilt, dass ein Wirbelstück jeweils von einem Blattabschnitt zum nächsten verläuft.

Für diese Wirbel werden die Koordinaten der Start- und End-Punkte sowie die Wirbelstärke gespeichert. Damit kann auf jeden gespeicherten Punkt (Start- und Endpunkt der Wirbel) das Biot-Savart-Gesetz angewendet werden, da jeder Punkt von allen Wirbeln beeinflusst wird.

Zur ersten Iteration ist eine Startlösung der Nachlaufgeometrie nötig. Hierfür wurde die Wirbelfläche, durch eine einfache Schraubenfläche abgeschätzt. Die Startlösung der Blattspitzenwirbel wurde durch Ergebnisse aus den Experimenten nach [9] modelliert. Der gebundene Wirbel liegt auf dem Rotorblatt.

Mit dieser Startlösung wird der folgende Algorithmus 2 ausgeführt, der eine konvergierte Nachlaufgeometrie liefert:

Das Biot-Savart-Gesetz liefert in jedem Punkt eine von den Wirbeln induzierte Geschwindigkeit  $V_{ind}$ . Unter der Annahme, dass die induzierte Geschwindigkeit innerhalb eines Zeitschritts konstant bleibt, können alle Punkte um den Betrag  $V_{ind}t_{Step}$  bewegt werden. (Zeilen 4,5)

Dieser Zeitschritt führt nicht nur zu einer Bewegung der Punkte, sondern auch des Rotors. Aufgrund der Anströmung bewegt sich der Nachlauf aus Sicht des Rotors nach hinten (bei schräger Anströmung auch schräg) und zusätzlich drehen sich die Rotorblätter um die Rotorachse. Dabei werden an der Hinterkante neue Wirbel erzeugt (Zeile 8), die in die Berechnungen einfließen müssen. Um unnötig viele Daten zu vermeiden, wird gleichzeitig das am weitesten von der Rotorebene entfernte Element vernachlässigt,

---

**Algorithm 2** Nachlaufberechnung nach [8]

---

```

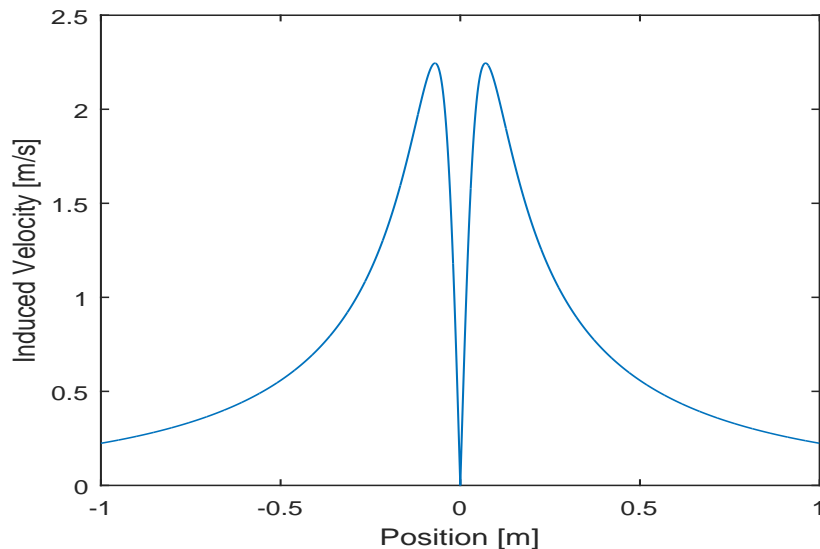
1: Berechne Geschwindigkeitskomponenten für schräge Anströmung
2: while Geometrie noch nicht konvergiert do
3:   for  $\theta = [0, 2\pi]$  do                                     ▷ Laufe über einen Umlauf
4:      $V_{ind} = \text{Biot-Savart-Gesetz}$  für alle Punkte
5:      $dx = V_{ind} * tStep$                                        ▷ Verschiebe Nachlaufpunkte mit  $V_{ind}$ 
6:     Rotiere Rotor um  $\Delta\theta$ 
7:     Lösche letztes Nachlaufelement
8:     Erzeuge neues Element hinter dem einen Schritt weitergedrehten Rotor
9:   end for                                                       ▷ nach einem ganzen Rotorumlauf
10:  Vergleiche Position der Nachlaufwirbel vor- und nach einem Umlauf. Wenn keine
    Übereinstimmung, wiederhole Berechnungen.
11: end while

```

---

sodass die Anzahl der berücksichtigten Nachlaufelemente konstant bleibt. Anschließend muss auch der gebundene Blattwirbel an die neuen Blattposition rotiert werden und die Berechnung kann wiederholt werden.

Nach einigen Iterationen bildet sich bei Betrachtung eines am Rotor fixierten Koordinatensystems ein periodisch konvergiertes Ergebnis. Das bedeutet, dass die Nachlaufgeometrie zu der eines ganzen Umlaufs eher keine Änderung aufweist. Zur Detektion der Konvergenz wird die Nachlaufgeometrie nach jeder berechneten ganzen Rotorumdrehung mit der vorherigen verglichen. (Zeile 2)



**Abbildung 3.6:** Wirbelfläche hinter dem Rotorblatt [8]

Die Anwendung des Biot-Savart-Gesetzes auf die kurzen Wirbelstücke verletzt in diesem



Fall den ersten Helmholtzschen Wirbelsatz, nach dem ein Wirbel in einem Fluid kein freies Ende besitzen darf. Nach [8] ist diese Annahme in diesem Fall aber zulässig.

Außerdem muss ein Wirbelkern mit einem Wirbelkernradius definiert werden, innerhalb dessen keine Beeinflussung des Punktes durch den Wirbel erfolgt. Wegen

$$V_{ind} \propto \frac{1}{h} \quad (3.3.2)$$

würde die induzierte Geschwindigkeit in diesem Abstand zum Wirbel sonst unendlich werden. Durch den Wirbelkern wird die Induzierte Geschwindigkeit, wie in Abbildung 3.6 erkennbar, begrenzt und sinkt zum bei  $x = 0$  befindlichen Wirbelkern hin gegen Null.

Der genaue Ablauf der Anwendung des Biot-Savart-Gesetzes ist in Algorithmus 3 erläutert. Diese Funktion wird für alle Start- und Endpunkte der Wirbelstücke aufgerufen, sodass sich die Wirbelstücke gegenseitig beeinflussen können. Da zur Berechnung der induzierten Geschwindigkeit jedes Punktes alle Wirbelstücke betrachtet werden müssen, steigt der Rechenaufwand hierbei sehr stark mit der Nachlaufgröße und Auflösung.

Die tatsächliche Implementierung kommt aus Performancegründen deshalb ohne for-Schleife aus, da die Rechenzeit ansonsten kaum tragbar wäre. Die gewählte Methode verwendet punktweise Matrixmultiplikationen und kann so beide im Algorithmus abgebildeten for-Schleifen vermeiden. Aufgrund der speziellen Input-Formatierung wird trotzdem eine for-Schleife verwendet, die allerdings nur verschiedene Punktgruppen trennt und kaum zusätzliche Rechenzeit generiert. Allerdings benötigt verwendete Funktionalität die „Neural Network Toolbox“.

---

**Algorithm 3** Anwendung des Biot-Savart-Gesetzes für alle Punkte nach [8]

---

```
1: for Alle Punkte, die beeinflusst werden do
2:   for Alle Wirbelstücke, die Punkte beeinflussen do
3:     Berechne Abstand Punkt - Wirbelanfang
4:     Berechne Abstand Punkt - Wirbelende
5:     Berücksichtige Wirbelkernradius
6:     Berechne  $V_{ind} \propto \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{1}{R}$ 
7:   end for
8:   Summiere alle  $V_{ind}$ 
9: end for
```

---

Eine detailliertere Betrachtung der vorerst verwendeten Startlösung und der Berechnungsergebnisse findet im Kapitel 4 zur Validierung statt.

## 3.4 Verarbeitung gebaut vorliegender Rotoren zur anschließenden Verwendung im Programmsystem

Für die Analyse eines real vorliegenden Propellers müssen vor der Performanceanalyse folgende Arbeitsschritte durchgeführt werden:

- Die Geometrie muss digital verfügbar gemacht werden.
- Aus der digital verfügbaren Geometrie muss das Profil an verschiedenen radialen Positionen des Propellerblattes ermittelt werden.
- Für die ermittelten Profile müssen die Profilpolare berechnet werden.
- Der Propeller muss in der Formatierung des BEM-Input nachgebaut werden um anschließend diverse Analysen zu berechnen

Die Umsetzung dieser Schritte und somit die Einbettung in das Programmsystem wird im folgenden Abschnitt beschrieben.

### 3.4.1 Ermittlung der Profilgeometrie mit Optischen Methoden



**Abbildung 3.7:** Messplatz des 3D Scanners

Mit Hilfe eines 3D-Scanners kann ein Rotorblatt gescannt und digital verfügbar gemacht werden – siehe beispielhaft Abbildung 3.7. Im Falle eines Propellers mit identischen Blättern reicht der Scan eines Rotorblattes aus, um den ganzen Propeller später darzustellen. Dazu wird das Rotorblatt fest auf dem Tisch montiert und mit einem leicht abwischbaren Mattierungsspray eingesprüht, damit störende Reflexionen vermieden werden. Das Rotorblatt wird stehend so montiert, dass es aus jeder Richtung gut zu erreichen ist. Die Verankerung muss dabei sehr starr sein, um bei versehentlichen Berührungen nicht zu verrutschen.

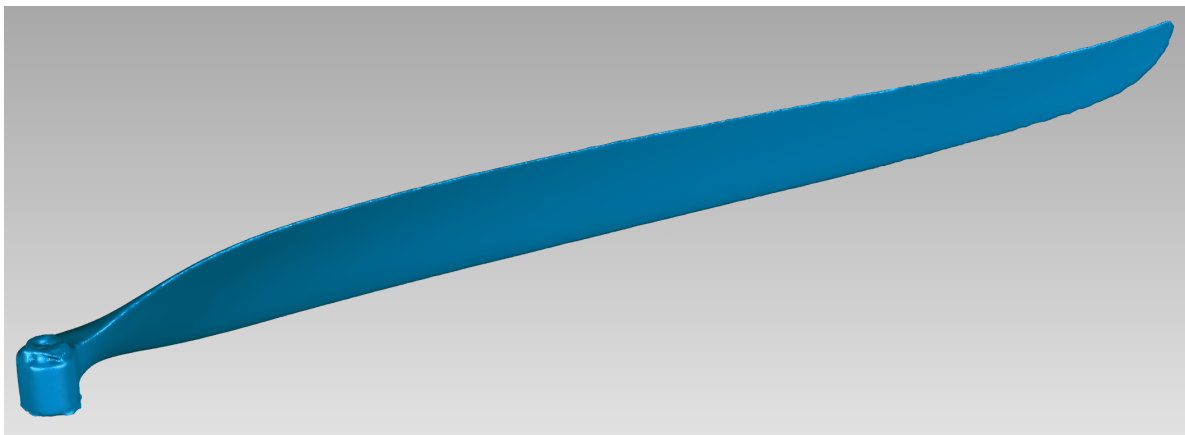
Durch den Scan wird eine dreidimensionale Punktwolke als 3D-Datei erzeugt, deren Auflösung und Punktedichte steigt, je genauer und langsamer gescannt wird. Außerdem ist es möglich, einen Bereich öfter zu scannen, um die lokale Auflösung zu verbessern. Dies ist vor allem in Bereichen mit großer Oberflächenkrümmung, beispielsweise an der spitzen Hinterkante des Rotors sinnvoll.

Beim Scanvorgang wird die aktuelle Position des Scankopfes aus den Gelenk-Auslenkungen und Segmentlängen des Armes berechnet und dazu der gemessene Abstand vom Scankopf zum Rotorblatt addiert. Die resultierenden Koordinaten werden in einer Scansoftware automatisch der Punktwolke hinzugefügt.

Der Abstand zwischen Scannerkopf und Objekt wird mit Hilfe von Lasern erfasst: Die im Bild sichtbare, auf das zu scannende Objekt projizierte rote Laserlinie liegt auf der exakten Kontur der Geometrie und gibt somit die Form vor. Zu räumlichen Einordnung erzeugt der andere Teil des Scannerkopfes einen Punkt, mit dessen Hilfe der Abstand zwischen Objekt und Scanner konstant gehalten werden kann.

Der Scanner muss per Hand langsam über die gesamte Geometrie geführt werden, wobei darauf zu achten ist, immer den richtigen Abstand zur Oberfläche einzuhalten und die Laserstrahlen möglichst senkrecht auf die Oberfläche zu richten. Mit der Zeit ergibt sich so ein immer detaillierteres Bild des zu scannenden Objektes. An der runden Blattvorderkante und der spitzen Blatthinterkante muss besonders oft gescannt werden, um eine exakte Geometrieabbildung ohne Löcher und Fehler zu erhalten.

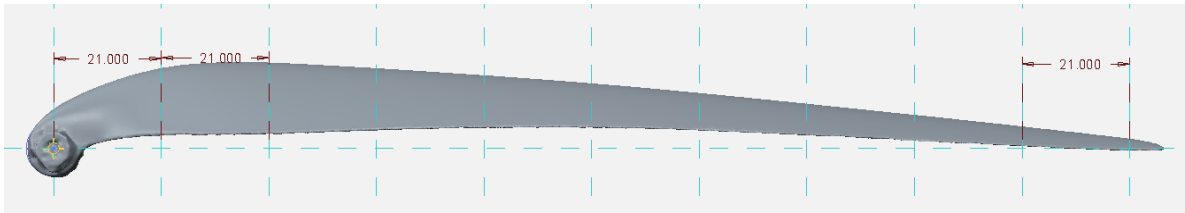
An der Hinterkante laufen die Blattoberseite und die Blattunterseite sehr eng zusammen und münden in einem sehr spitzen Winkel. Hier hat der Scanner Probleme, beide Ebenen voneinander zu unterscheiden. Das kann dazu führen, dass der Scanner von einer glatten Rotorblatt-Hinterkante unsaubere, „schartige“ Scandaten liefert.



**Abbildung 3.8:** Visualisierung der Scanner-Rohdaten des Propellerblattes

Nach dem Scan liegt das Rotorblatt digital als Punktwolke vor. Die gespeicherten Punkte ergeben zusammen die Oberfläche des Blattes und lassen sich in geeigneten 3D-Programmen visualisieren (Siehe Abbildung 3.8). Nach dem Scan muss die Geometrie nachbearbeitet werden um noch vorhandene Löcher und Unebenheiten zu entfernen. Je exakter der Scan durchgeführt wurde, desto weniger Arbeit wird in diesem Schritt benötigt.

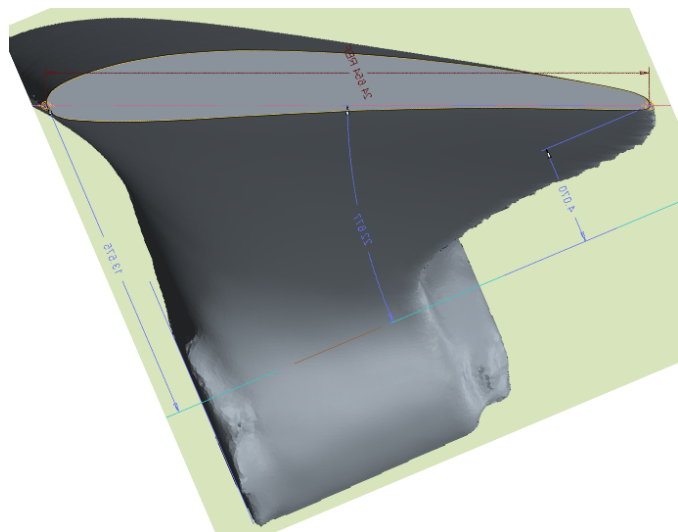
### 3.4.2 Von der Punktwolke zu den Profilgeometrie-Daten



**Abbildung 3.9:** Platzierung der Profilschnitte auf dem Propellerblatt

Aus der oben abgebildeten Punktwolken-Geometrie muss die Profilgeometrie an verschiedenen radialen Positionen des Propellerblattes ermittelt werden. Dazu wird an den gewünschten Positionen eine Schnittebene erzeugt, aus der sich später die Profilgeometrie extrahieren lässt. Die Positionierung dieser Schnittebenen ist für den hier gescannten und später zur Validierung des Programms benötigten Propeller in Abbildung 3.9 dargestellt. Es wurden 10 Schnittebenen mit jeweils gleichem Abstand erstellt. Dabei ist darauf zu achten, den äußersten Abschnitt nicht zu nah an der Spitze zu platzieren, da hier die Profiltiefe gegen Null geht und numerische Probleme auftauchen können.

Durch Drehung der Ansicht und Blick auf die Schnittebene ergibt sich die in Abbildung 3.10 gezeigte Ansicht, in der das Profil hellgrau zu sehen ist. Im Hintergrund sieht man die Verdickung des Rotorblattes zur Rotornabe hin und die Nabe. Da hier ein Faltpropeller vorliegt, erkennt man einen Zylinder, durch den das Rotorblatt an die tatsächliche Nabe geschraubt wird. Außerdem sieht man die Flügelkontur von der Nabe bis zum aktuellen Profilschnitt. Ungewöhnlich ist in diesem Fall die sehr runde Hinterkante des Profils, was die Vermutung nahe legt, dass der Scanner eine spitz zulaufende Hinterkante falsch gescannt haben könnte. Allerdings ergab eine Untersuchung des echten Propellers, dass die Hinterkante tatsächlich sehr rund gefertigt ist und nicht spitz ausläuft.

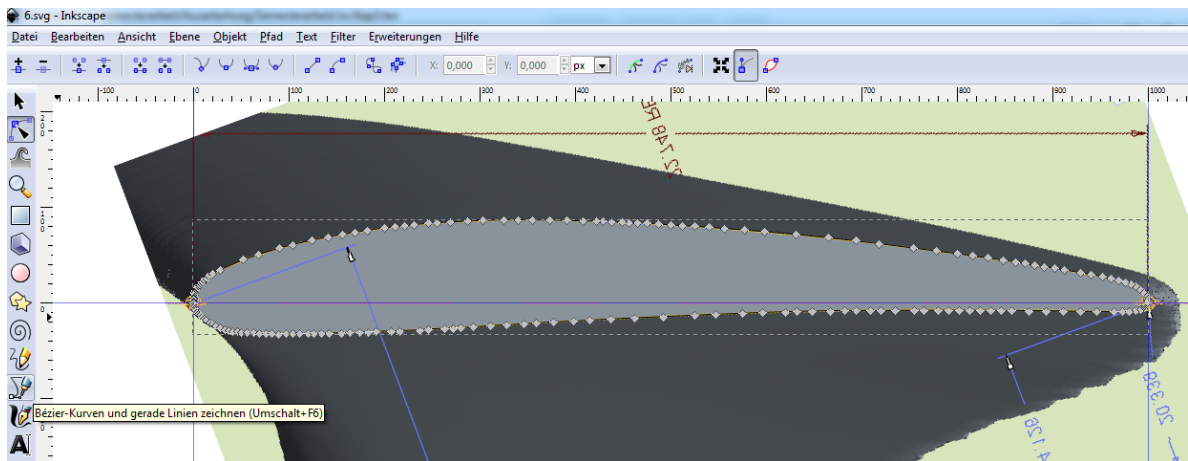


**Abbildung 3.10:** Schnittebene mit Blattprofil

Für die Berechnung der Profilpolaren wird wie schon erwähnt XFOIL verwendet. Dazu

werden einige auf der Profilmrandung liegende Koordinatenpunkte in der Schnittfläche benötigt.

Aus diesem Grund wird das Schnittbild des Profils in das Programm Inkscape (Siehe Abbildung 3.11) geladen und mit dem Tool zur Erstellung von Bezier-Kurven direkt über dem angezeigten Tooltip ‚Bezier-Kurven und gerade Linien zeichnen ...‘ ein Pfad entlang der Profilkante gezogen. Dieser Pfad muss für den bestmöglichen Export aus recht vielen Punkten bestehen und ohne Gradienteninformation an den Punkten auskommen. Die Punkte (graue Rauten in der Zeichnung) müssen als schlichte Punkte definiert sein und die resultierende von Punkt zu Punkt gezogene Linie muss an jedem Punkt einen kleinen Knick aufweisen. Um trotzdem eine Gute Abbildung des Profils zu erreichen, sollte, wie in dem Bild zu sehen, an der Vorder- und Hinterkante die Punktedichte deutlich höher sein und so die größere Krümmung gut abbilden. Speziell für die Analyse mit XFOIL ist es außerdem nötig, mit der Linie an der Hinterkante zu beginnen und gegen den Uhrzeigersinn um den Profilrand zu wandern.



**Abbildung 3.11:** Erstellung der Punktekoordinaten aus dem Profil

Die Koordinatenpunkte dieses Pfades können anschließend exportiert und in XFOIL verwendet werden. Dazu wird die Datei im Inkscape-Format als \*.svg gespeichert und anschließend mit einem Texteditor geöffnet. Dort befindet sich weit unten eine Zeile, in der sämtliche Punktkoordinaten notiert sind. Diese Zeile lässt sich kopieren und in MATLAB einlesen.

#### 3.4.3 Profilanalyse mit XFOIL

Sobald die Koordinatenliste der Punkte auf dem Profilrand verfügbar ist und die Verbindung der Punkte ein in Abbildung 3.12 beispielhaft dargestelltes Profil ergibt, kann die Weiterverarbeitung in XFOIL erfolgen.



**Abbildung 3.12:** Profilkurve: Input in XFOIL

Da das Programm nicht nur über Möglichkeiten der Profilanalyse, sondern auch über solche des Profilentwurfs verfügt, kann die aus den Koordinatenpunkten erzeugte Geometrie für bessere Ergebnisse vorher geglättet werden. Dazu bietet sich das Programm XFLR5 [1] an, das eine bessere Übersicht und Bedienbarkeit der XFOIL-Funktionen ermöglicht und für alle Berechnungen auf XFOIL zugreift. Bei der Glättung wird die von den Punkten gebildete Linie geglättet, indem einige Punkte geringfügig verschoben werden. So werden die Kurve des Druckunterschiedes zwischen Profiloberseite und Profilunterseite und die später berechneten Profilpolaren glatter. Je glatter und exakter die Profilpolaren vorliegen, desto schneller konvergieren auf diese Polaren zugreifende Methoden.

Die Berechnung der Profilpolaren selbst wird im Programmsystem aus MATLAB heraus gesteuert, wodurch die Bedienung deutlich vereinfacht wird. Das MATLAB-Interface ermöglicht, verschiedene Reynolds- und Machzahlen festzulegen und anschließend für jede Kombination eine Berechnung der Polarwerte in XFOIL zu starten. Dazu muss ein Anstellwinkelbereich vorgegeben werden. Da die Berechnung der Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte in XFOIL fehleranfällig ist, konvergieren nicht alle festgelegten Kombinationen. Bei Profilen, die eine besonders schlechte Konvergenz aufweisen, kann die Koordinatenliste, wie oben erwähnt, noch weiter geglättet werden, um bessere Ergebnisse zu erzielen.

Vor allem bei abgelöster bzw. abgerissener Strömung ist die Berechnungsmethodik relativ instabil. Daher wurde vorgesehen, die Anstellwinkelbereiche in kleinere Abschnitte zu unterteilen, um Teilergebnisse des gesamten Bereichs einfacher speichern zu können. Sollte trotzdem in vielen Arbeitspunkten keine gute Konvergenz gegeben sein, ist es außerdem möglich, spezielle Anstellwinkel-Reihenfolgen vorzugeben, um von einem stabilen Startwert weiter in instabilere Re/Ma-Kombinationen zu laufen. Sollte nach der Berechnung trotzdem kein zufriedenstellendes Ergebnis vorliegen, muss gegebenenfalls mit anderen Werten oder einer kleineren Schrittweite der Anstellwinkel gerechnet werden.

Die Ergebnisse dieser Berechnungen werden für jedes Profil getrennt in einem unbearbeiteten Format abgelegt. Sie müssen zur besseren Verwendbarkeit noch nachbearbeitet werden: dazu werden die mit Polarenergebnissen konvergierten Teile der Berechnung

jeder Mach-/Reynoldszahl-Kombination zusammengefasst und sortiert, die nicht konvergierten Parameterkonfigurationen werden aussortiert. Wenn die Anstellwinkelbereiche einiger Reynolds-/Machzahlkombinationen in mehrere Teile aufgeteilt wurden, werden diese auch zusammengeführt. Sollte die gegebene Anstellwinkelreihe in negativer Richtung laufen, kann die implementierte Sortierungsfunktion dies ebenfalls verarbeiten. Anschließend werden aus  $C_L$  und  $C_D$  das Widerstands-Auftriebsverhältnis  $\epsilon$  und die Werte  $C_{D0}$  und  $\alpha_0$  bestimmt sowie bereits in diesem Arbeitsschritt  $\epsilon_{min}$  ausgelesen und der zugehörige Anstellwinkel abgespeichert. Alle Werte werden in einer Profildatenbank abgelegt.

Diese Datenbank enthält alle auf diese Weise berechneten Profilpolaren aller Profile und kann fortan für weiterführende Berechnungen verwendet werden. Im implementierten Programmsystem fließen diese Daten im Rotorsynthese-Block über die „Profile-DB“ in die Prozesskette ein.

## 4 Validierung und Output

Die im vorherigen Kapitel beschriebenen Methoden müssen vor der Anwendung validiert werden: Die Ergebnisse von Anwendungsfällen, die auch mit anderen Programmen oder Methoden abbildbar sind, werden mit den Ergebnissen dieser Arbeit verglichen.

Anschließend können für die beschriebenen Anwendungsfälle Ausgaben erzeugt werden.

### 4.1 Performanceanalyse

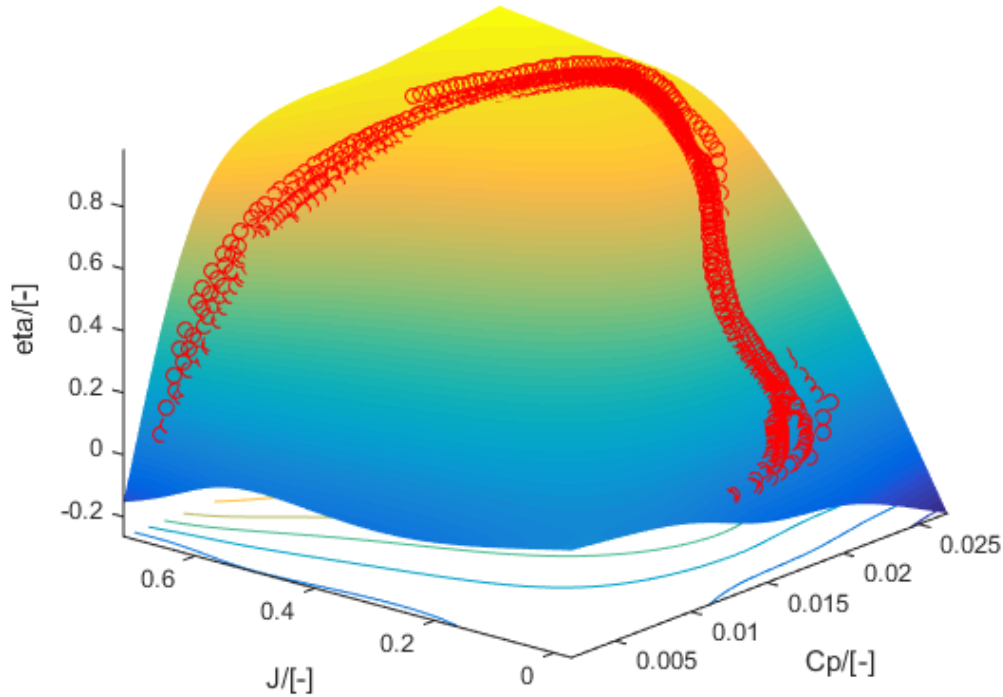
Zur Validierung der Ergebnisse der Performanceanalyse werden die Daten eines vom Lehrstuhl für Luftfahrtsysteme der TUM im Windkanal untersuchten Propellers verwendet. Dieser Propeller ist ein typischer, bei UAVs verwendeter Propeller der Firma Graupner (Graupner CFK-Folding-Prop) mit Durchmesser 50cm und Steigung 28 cm. Die Referenzdatensätze wurden bei verschiedenen Rotationsgeschwindigkeiten zwischen 2000 und 7200 rpm erzeugt und decken jeweils einen bestimmten Geschwindigkeitsbereich ab. Nach Erreichen der zugehörigen Drehzahl wurde jeweils die Anströmungsgeschwindigkeit von  $0 \frac{m}{s}$  auf eine Maximalgeschwindigkeit erhöht. Diese ist abhängig von der Drehzahl, da bei sehr kleinen Drehzahlen und großen Anströmungsgeschwindigkeiten der Winkel der lokalen Profilanströmung  $\Phi = \arctan \frac{V_R}{\Omega r}$  zu groß und folglich der Anstellwinkel  $\alpha$  der Blattabschnitte negativ wird. Bei der höchsten Drehzahl von 7200 rpm beträgt die maximale Anströmungsgeschwindigkeit ca.  $43 \frac{m}{s}$ . Der Propeller war auf einer festen Nabe ohne Möglichkeit der Blattwinkelverstellung montiert.

Die zum Vergleich mit der Performanceanalyse relevanten erfassten Daten sind dabei:

- Anströmungsgeschwindigkeit  $V_\infty$
- Drehgeschwindigkeit  $\Omega$
- Fortschrittsgrad  $J$
- Powerkoeffizient  $C_P$
- Effizienz des Propellers
- Schubkoeffizient  $C_T$



Um vergleichbare Daten aus dem implementierten Programmsystem zu erhalten, wurde der untersuchte Propeller möglichst exakt nachgebildet. Dazu wurde die Blattgeometrie, wie bereits beschrieben, im 3D-Scanner gescannt und es wurden für die anschließend extrahierten Profilschnitte mit XFOIL die Profilpolaren berechnet. Danach wurden die im Windkanal untersuchten Konfigurationen nachgestellt und -gerechnet.



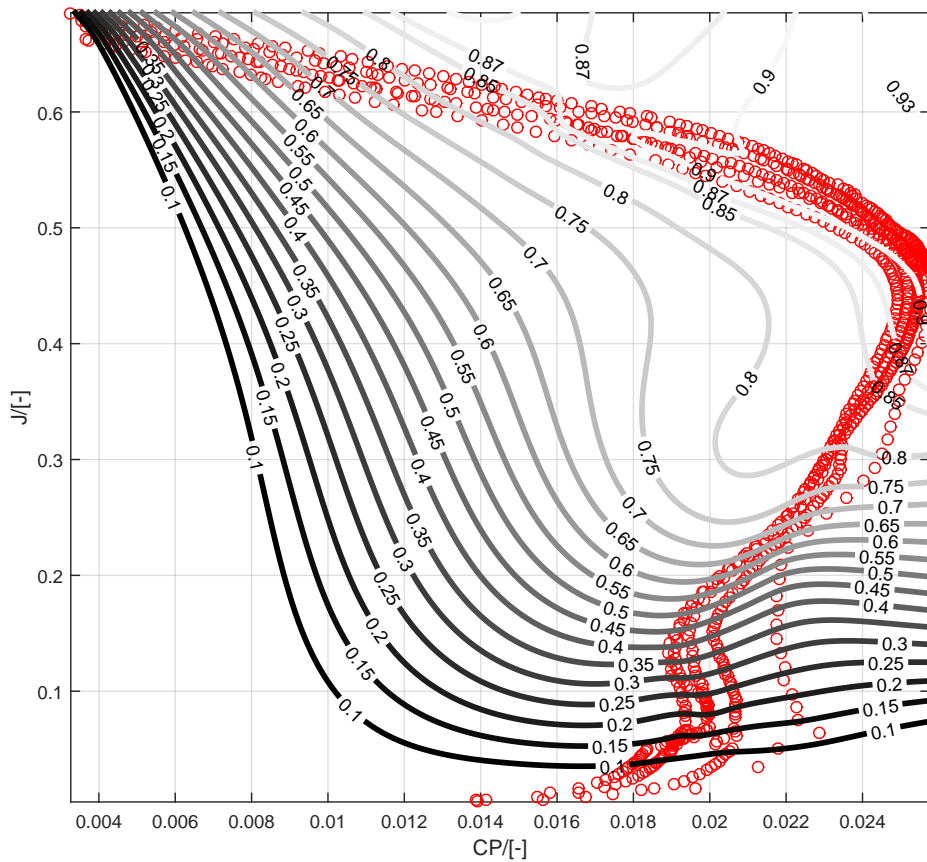
**Abbildung 4.1:** Qualitatives Kennfeld der mit Performanceanalyse berechneten Daten

Dazu werden alle relevanten Testpunkte aus den Windkanaldaten extrahiert und anschließend wird für dieselben Parameter ( $\text{rpm}$ ,  $V_\infty$ ) die Performanceanalyse durchgeführt. Windkanaldaten werden im Folgenden als an Messpunkten gemessene Messdaten bezeichnet - die Daten aus der Performanceanalyse als an Berechnungspunkten berechnete Daten.

Aus den gemessenen und den berechneten Daten wird jeweils ein qualitatives Kennfeld erstellt: diese Kennfelder können dann miteinander verglichen werden. Das in Abbildung 4.1 zur qualitativen Betrachtung dargestellte Kennfeld wurde aus den Daten der Performanceanalyse mit Hilfe von Bézierkurven extrapoliert. Dazu wurden alle Berechnungspunkte ( $\eta$  für jede berechnete Kombination aus  $J$  und  $C_p$ ), also die Stützpunkte dieses Kennfeldes, mit roten Kreisen eingezeichnet. Durch die Extrapolation über den Bereich der Datenpunkte hinaus ist ersichtlich, dass die berechneten Daten (rote Kreise)

tatsächlich qualitativ auf die für Kennfelder typische Glockenkurve mit einem ausgeprägten Plateau und einem starken Abfall der Effizienz für kleine Werte  $C_P$ , oder  $J$  passen.

Durch die starke Häufung der Datenpunkte lässt sich der Bereich des Kennfeldes, an dem keine Datenpunkte liegen, nicht für detaillierte Aussagen verwenden. Die Häufung resultiert aus den Messdaten des Windkanalversuchs, da jeder Datenpunkt einer Kombination aus  $V_\infty$  und rpm der im Windkanal gemessenen Daten entspricht. Der zugehörige  $C_P$ -Wert wurde im Programm aus der minimal benötigten Leistung berechnet und deckt sich im Allgemeinen nicht mit dem  $C_P$ -Wert aus den Windkanaldaten.

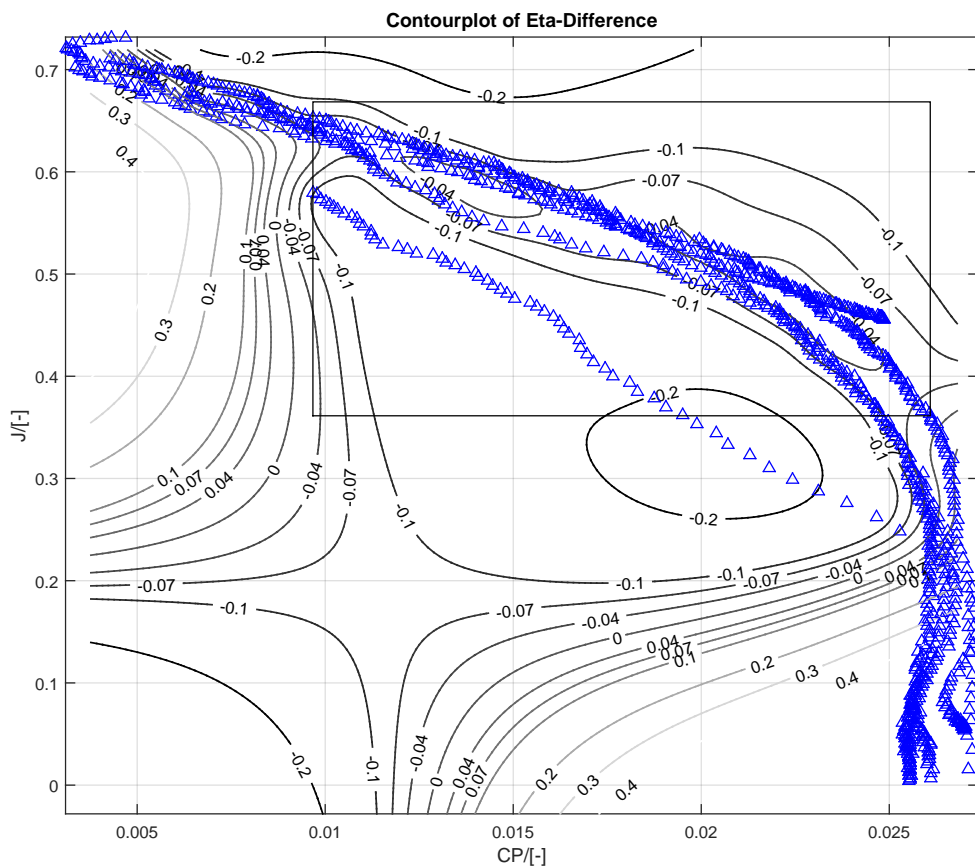


**Abbildung 4.2:** Konturzeichnung des aus berechneten Daten erstellten Kennfeldes mit Berechnungspunkten

Zur genaueren Betrachtung ist in Abbildung 4.2 eine Konturzeichnung des Kennfeldes aus Abbildung 4.1 mit den Berechnungspunkten eingezeichnet. In dieser Ansicht stellen die grauen Linien Höhenlinien der extrapolierten Kennfeldfläche mit der jeweiligen angetragenen Effizienz  $\eta$  dar.

Die Abweichung zwischen der Fläche und den Stützpunkten beträgt für fast alle Punkte

unter 2%, somit bildet das Kennfeld auf diesen Punkten relativ genau die berechnete Effizienz ab. Hier lässt sich durch den Abstand der Höhenlinien deutlich der Effizienzabfall im unteren Bereich bei niedrigen Fortschrittsgraden und im Bereich links oben bei sehr niedrigen  $C_P$  erkennen. Dazwischen in der Mitte der roten Punkte bildet sich ein charakteristisches Plateau bei  $\eta \approx 90\%$  aus. Der Maximalwert der Effizienz auf dem Plateau liegt mit ca. 92% recht hoch, dieser Umstand wird weiter unten mit Hilfe von Abbildung 4.3 detaillierter untersucht. Im Diagramm der Abbildung 4.2 erkennt man links unten und in der Mitte des Diagramms einen recht steilen Anstieg der Effizienz, allerdings befindet sich das Plateau bei typischen Kennfeldern etwas weiter in der Mitte. Da hier aber keine Messpunkte vorhanden sind, kann das berechnete Kennfeld hier nicht den typischen Verlauf annehmen.



**Abbildung 4.3:** Konturzeichnung der absoluten Abweichungen zwischen Windkanaltest und Rechnung mit als Dreieck eingezeichneten Messpunkten

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass das eben berechnete Kennfeld zumindest im Bereich der Berechnungspunkte recht exakt die prognostizierten Effizienzwerte abbildet. So kann an einem nicht in den Berechnungspunkten enthaltenen Punkt ebenfalls die Effizienz abgelesen werden. Damit lassen sich die Effizienzwerte der Berechnung und der

Windkanalmessung gut miteinander vergleichen.

Dazu wurde für jeden im Windkanal gemessenen Punkt  $(C_P, J)$  die Effizienz  $\eta$  aus dem errechneten, weiter oben dargestellten Kennfeld gelesen. Diese Punkte sind nicht identisch zu den berechneten Stützpunkten, da  $C_P$  sich im Programmsystem nicht vorgeben lässt, sondern, wie schon erwähnt, berechnet wird. Anschließend wurden die aus dem Kennfeld abgelesenen und die im Windkanal ermittelten Effizienzwerte voneinander subtrahiert.

$$\eta_{Windkanal} - \eta_{Messung} \quad (4.1.1)$$

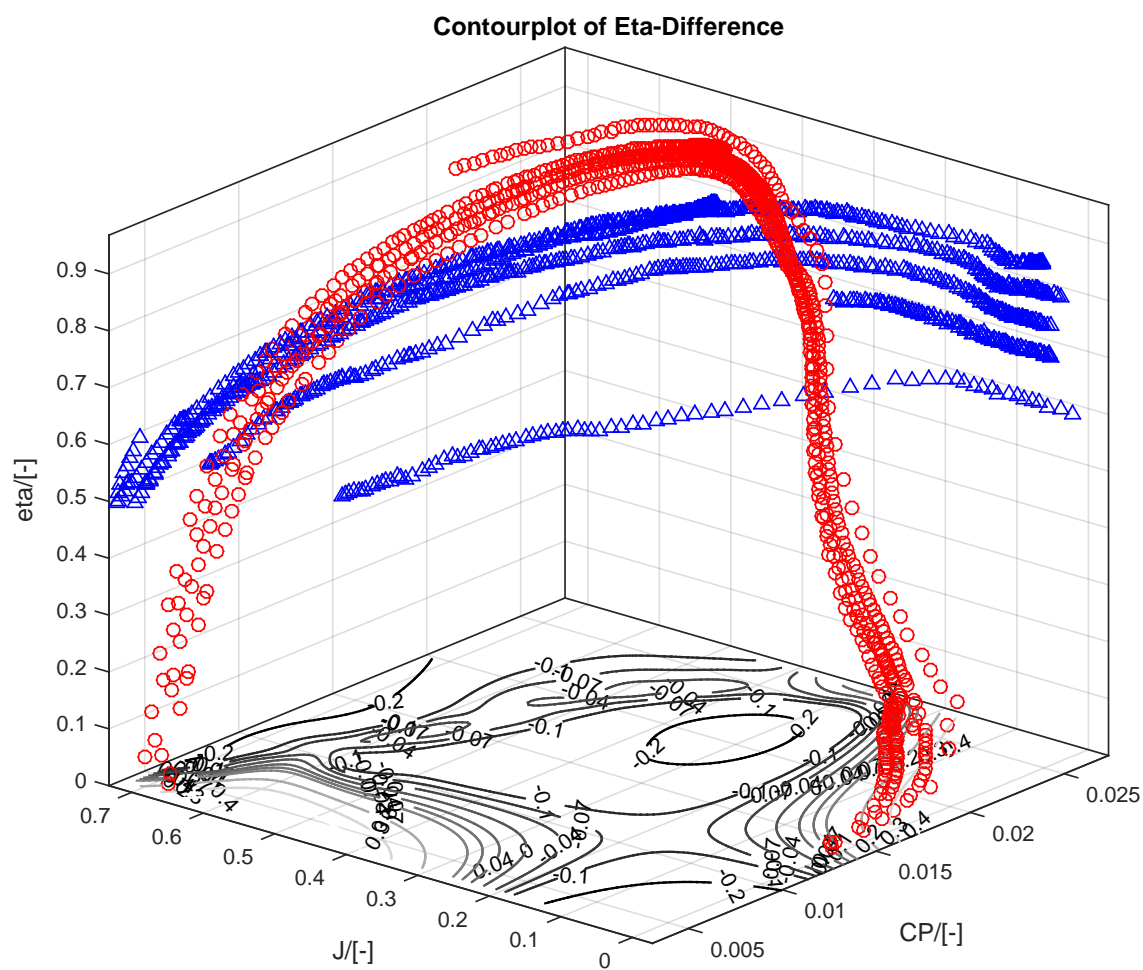
Der resultierende absolute Effizienzunterschied wird anschließend verwendet, um erneut eine ‚Kennfeldfläche‘ zu extrapolieren. Diese Fläche wird als Konturzeichnung in Abbildung 4.3 dargestellt und ist mit den Windkanaldaten (blaue Dreiecke) überlagert. An jedem Punkt lässt sich so mit Hilfe der Konturen die absolute Abweichung der Windkanal-Effizienz von der errechneten Effizienz ablesen. Diese Konturzeichnung weist besonders an Stellen, wo keine Daten vorhanden sind, Dellen und Unregelmäßigkeiten auf und kann dort nicht analysiert werden. Jedoch kann in den Regionen mit vielen Datenpunkten die Berechnung mit der Messung gut verglichen werden.

Die Messpunkte bilden eine Kurve, die einen großen Bereich der  $C_P - J$ -Ebene überspannt. Der mittlere Bereich dieser Kurve (innerhalb des eingezeichneten Rechtecks) ist der für reale Flüge relevanteste, da dies der Bereich des Plateaus des Kennfeldes Abbildung 4.1 mit der größten Effizienz ist. Hier liegen fast alle gemessenen Effizienzwerte um 4-7% unter den berechneten. Das oben schon erwähnte Plateau bei Werten von max. 92% liegt demnach etwa 4-7% zu hoch.

Abweichungen dieser Größenordnung scheinen in der Berechnungsmethode systematisch begründet zu sein, da alle Punkte eine ähnliche Abweichung aufweisen und typische Kennfelder Effizienzwerte bis ca. 85% erreichen. Auf die vermuteten Ursachen dieses Fehlers und mögliche Lösungen wird weiter unten genauer eingegangen.

Zur Betrachtung der weiteren Datenpunkt-Bereiche, in denen die Abweichung größere Werte aufweist, wird Abbildung 4.4 zugezogen. Diese Abbildung ist eine dreidimensionale Variante von Abbildung 4.3, in die nicht nur die Messwerte als blaue Dreiecke, sondern auch die errechneten Werte als rote Kreise eingezeichnet wurden.

Deutlich sichtbar sind erneut die zu hohen  $\eta$  im mittleren Bereich. Wie schon aus der 2D Konturzeichnung 4.3 ablesbar, ist die Abweichung der Werte im rechten Teil des Diagramms sehr groß, da die errechneten Werte für kleine Fortschrittsgrade den für Kennfelder typischen Abfall der Effizienz abbilden und die im Windkanal zahlreich gemessenen Punkte niedriger Anströmungsgeschwindigkeit und hoher Drehzahl diesen Abfall nicht anzeigen. Diese Messpunkte sind entstanden, da bei jeweils konstanter Drehzahl die Anströmungsgeschwindigkeit von Null auf einen Maximalwert schrittweise erhöht wurde. Zur tatsächlichen Belastbarkeit der Messwerte in diesem Bereich liegen



**Abbildung 4.4:** 3D Konturzeichnung der Abweichungen zwischen Windkanaltest und Rechnung

leider keine Aussagen vor, allerdings ist dieser Bereich in realen Anwendungen eher nicht physikalisch sinnvoll, da Zustände so niedriger Geschwindigkeiten nicht startbar sind.

Analog existiert ein großer Unterschied am linken Rand des Diagramms bei großen Fortschrittsgraden und geringen  $C_P$ . Typische Kennfelder weisen in diesem Bereich kleine Effizienzwerte auf, die Messpunkte lassen nur einen geringen Abfall der Effizienz vermuten. Diese Abweichungen sollten ebenfalls mit weiteren Messungen untersucht werden.

Weiterhin ist unterhalb der restlichen Werte ein Ast niedrigerer Effizienz in den Messwerten gut zu erkennen, welcher nicht in das Bild des Kennfeldes zu passen scheint. Dieser Ast entspringt einer Messung mit sehr geringer Drehzahl (2000 rpm). In der Performanceanalyse wurden für diese Testpunkte deutlich größere  $C_P$  und  $\eta$  berechnet. Die berechneten Werte liegen genau im Bereich der sonstigen Messpunkte, weshalb hier von einem ungewöhnlichen Messergebnis ausgegangen wird.

### 4.1.1 Weiterführende Berechnungen

Bei einer Berechnung von über einen größeren Bereich verteilten Datenpunkten würde die Extrapolation des gesamten Kennfeldes vermutlich immer exakter und auch andere Regionen könnten voraussichtlich belastbar mit Messpunkten verglichen werden. Damit ließe sich im in Kapitel 3.1.2 gezeigten Analyseblock das Kennfeld als Ausgabe erzeugen und so das Performanceverhalten eines Propellers über weite Bereiche vorhersagen. Demnach könnten für einen Nutzer dieses Propellers Bereiche des Fortschrittsgrades und der Leistungsaufnahme definiert werden, in denen der Propeller mit der größtmöglichen Effizienz arbeitet und somit bei der Verwendung des Propellers an einem Fluggerät als Orientierung zur Optimierung des verfügbaren Schubes dienen.

Zur detaillierteren Validierung dieser vollständigeren Kennfeld-Erstellung ist es sinnvoll, ein bereits vorhandenes, vollständiges Kennfeld zu importieren und mit den Berechnungsergebnissen zu vergleichen. Damit sind deutlich mehr Datenpunkte in verschiedenen  $C_P - J$  Kombinationen verfügbar, was detailliertere Aussagen zur Validität der Methoden der Performanceanalyse zulässt.

Eine weitere Erweiterung der Funktionalität bestünde darin, mit den bereits implementierten Funktionalitäten zur Berücksichtigung der Blattwinkel, auch Kennfelder für Propeller mit verstellbaren Blattwinkeln zu erzeugen. Damit wäre an jedem Betriebspunkt zusätzlich der optimale Blattwinkel ablesbar. Diese Information ist für den Betrieb von UAVs mit Verstellpropeller wichtig. Außerdem kann mit der implementierten Methode auch der Wirkungsgrad bzw. das Kennfeld eines Rotors bei schräger und/oder nicht-planarer Anströmung berechnet werden. Validierungsdaten liegen hierfür leider nicht vor, daher kann diese Funktionalität hier nicht validiert werden: dies muss ebenfalls in weiteren Arbeitsschritten mit zusätzlichen Daten nachgeholt werden.

### 4.1.2 Untersuchung zu groß prognostizierter Effizienzwerte

Wie in Abbildung 4.4 erkennbar ist, weisen die berechneten Daten ein charakteristisches Plateau bei  $\eta \approx 92\%$  auf. Diese Werte stehen im Widerspruch zu den für diese Propeller erwartbaren und im Windkanal gemessenen 85%. Diese Abweichung muss untersucht werden mit dem Ziel, eine systematische Korrektur zu finden, welche das Plateau der Effizienz gleichmäßig senkt.

Eine plausible Erklärung könnte die laminare Berechnung mit XFOIL sein. In der aktuellen Untersuchung wurde vor der Berechnung mit XFOIL festgelegt, die gesamte Profilmströmung als laminar zu betrachten. Eine neue Widerstandskurve mit einer turbulenten Profilmströmung ergibt einen deutlich größeren Widerstand und lässt die berechneten und die gemessenen Ergebnisse eventuell genauer übereinstimmen. Lägen genauere Untersuchungen zu einem Umschlagspunkt zwischen laminarer und turbulenter Umströmung vor, könnten diese Informationen für noch genauere Ergebnisse berücksichtigt werden.

Eine andere Ursache dieser zu hoch prognostizierten Effizienzwerte könnte sein, dass XFOIL den Profilwiderstand der Widerstandskurve zu „optimistisch“ berechnet. Durch Erhöhen des Nullwiderstandes ließe sich der Fehler eventuell etwas korrigieren.

Dieses Phänomen könnte in Nachfolgearbeiten genauer untersucht und mit Hilfe einer CFD-Simulation oder weiteren Windkanaltests validiert werden.

## 4.2 Rotordesign

Die Ergebnisse der Funktion des Rotordesigns lassen sich sehr schwer im Windkanal überprüfen. Um die Qualität der Ergebnisse abzuschätzen, werden diese mit den Ergebnissen des Programms JavaProp [7] von Martin Hepperle verglichen. JavaProp ist ebenfalls in der Lage, Propeller zu entwerfen, allerdings wird für diese Propeller nicht an jedem Blattabschnitt der optimale Anstellwinkel verwendet und es lassen sich an nur 4 Stellen die Blattprofile vorgeben. Die restlichen Blattprofile werden interpoliert und unter vorgegebenen Anstellwinkeln verwendet.

Für festgelegte Designparameter wird mit beiden Programmen ein Rotor erstellt und anschließend werden die Ergebnisse miteinander verglichen. Die Designparameter sind:

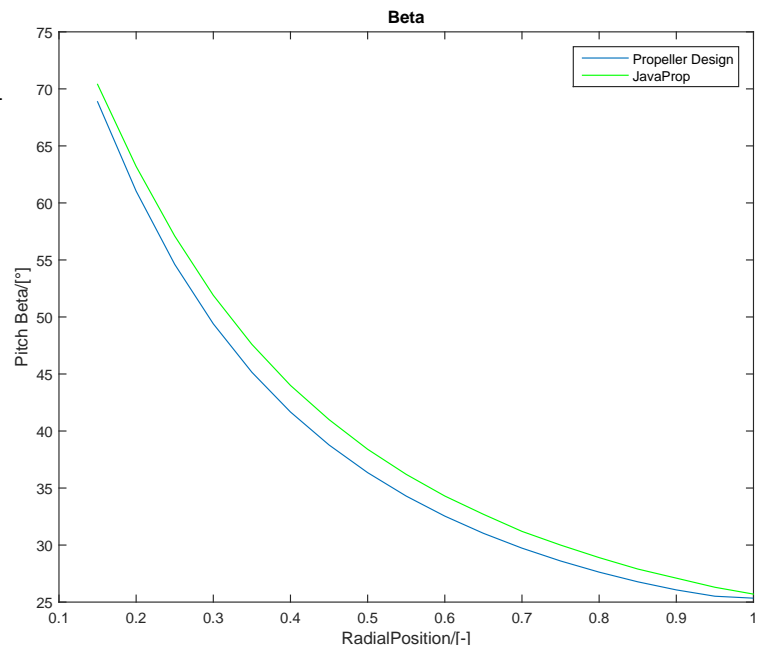
- $rpm = 7000$
- Rotordurchmesser: 50 cm
- Nabendurchmesser des Rotors: 6 cm
- Auslegungsschub:  $T = 70N$

- Anströmungsgeschwindigkeit  $V_\infty = 50 \frac{m}{s}$
- Verwendetes Blattprofil: „E193“ auf der gesamten Blattlänge.
- Anzahl der Propellerblätter: 3
- Planare, gleichförmige Anströmung.

In JavaProp muss zusätzlich, wie schon erwähnt, der Anstellwinkel  $\alpha$  vorgegeben werden. Diese Vorgaben werden an 4 definierten Blattpositionen gemacht: In der Propellermitte, bei 33% Radius, 66% Radius und ganz außen. Dort wurden jeweils 7, 7, 8 und 9 Grad Anstellwinkel vorgegeben. Diese Wahl beruht auf dem hier implementierten Designprozess. Dieser hat für die jeweiligen radialen Positionen die genannten Anstellwinkel als beste Wahl berechnet.

Der Designprozess liefert an jedem Blattabschnitt einen optimalen lokalen Blattwinkel und eine optimale Profiltiefe.

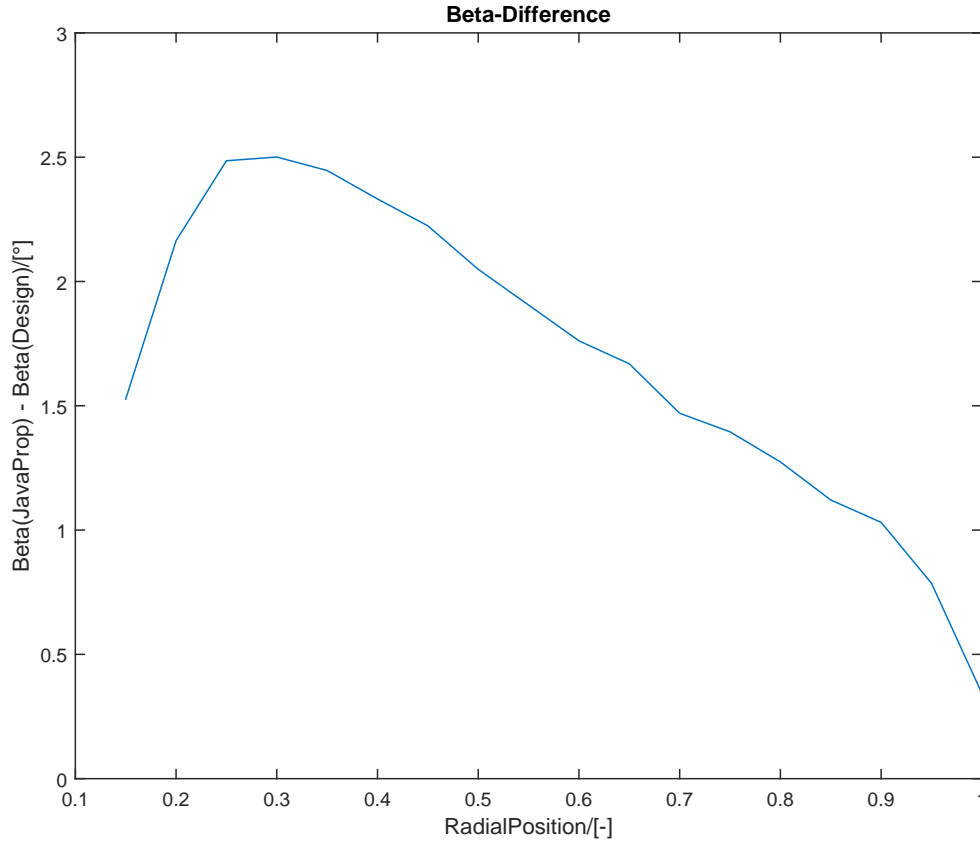
Abbildung 4.5 zeigt einen Vergleich zwischen den mit JavaProp und den mit der Rotordesign-Funktionalität berechneten Blattwinkeln  $\beta$  in Grad, aufgetragen über dem normierten Radius. Wie bei einem Propeller zu erwarten, ist der lokale Blattwinkel innen am höchsten, da hier die Geschwindigkeitskomponente der Rotordrehung im Vergleich zur Anströmung sehr klein ist. Folglich muss der Propeller einen hohen Blattwinkel aufweisen, um in einem optimalen Anstellwinkelbereich zu arbeiten.



**Abbildung 4.5:** Lokaler Blattwinkel  $\beta$  über dem Radius

Mit zunehmendem Radius sinkt der Blattwinkel bis auf ca.  $26^\circ$ . Wie in Abbildung 4.7 zu sehen, geht die Profiltiefe ganz außen gegen Null, sodass eine Restblatttiefe implementiert wurde, um Konvergenzprobleme in einem Abschnitt mit Profiltiefe 0 zu vermeiden. Höchstwahrscheinlich ist in JavaProp, wie auch in der Abbildung zu erkennen, für diesen Fall ebenfalls eine Restblatttiefe implementiert.





**Abbildung 4.6:** Differenz der lokalen Blattwinkel  $\beta$  über dem Radius

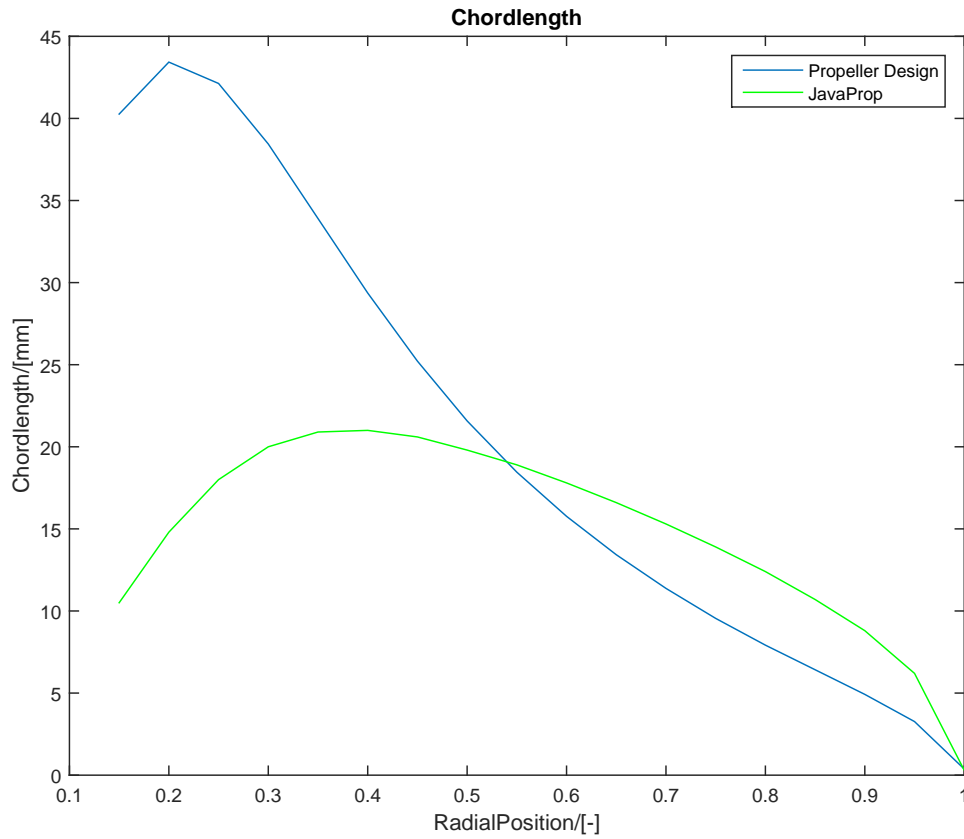
Gut zu erkennen ist, dass sich der Blattwinkel bei beiden Programmen etwas unterscheidet. Dieser Unterschied ist in Abbildung 4.6 zur genaueren Betrachtung aufgetragen. Dargestellt ist die Differenz der lokalen Blattwinkel

$$\beta_{JavaProp} - \beta_{Designprozess} \quad (4.2.1)$$

Der maximale Winkelunterschied beträgt  $2,5^\circ$  bei  $r \approx 0.3R$ . Nach außen hin nimmt der Unterschied ab und beträgt ganz außen  $0,5^\circ$ . In allen Fällen ist der von JavaProp berechnete Winkel größer als der des Designprozesses.

Da beide Rechnungen einen ähnlichen Anstellwinkel und identische Anströmungsbedingungen benutzen, sollte diese Differenz nicht existieren. Eine Ursache könnten die leicht unterschiedlichen Profilpolaren sein, da sich bei JavaProp nur fixe Profilpolaren vorgeben lassen und der implementierte Prozess in Abhängigkeit der Reynolds- und Machzahl zwischen verschiedenen verfügbaren Polaren interpoliert.

Die zweite wichtige Designgröße ist die Profiltiefe.

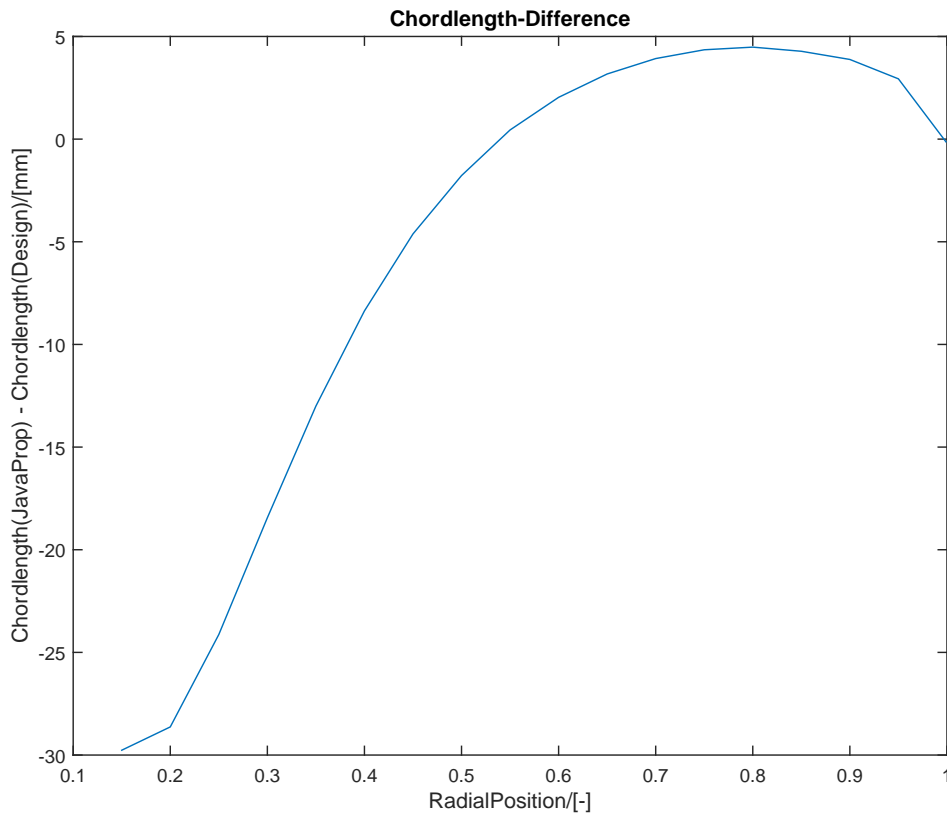


**Abbildung 4.7:** Lokale Profiltiefe  $c$  über dem Radius

Abbildung 4.7 zeigt die berechneten Profiltiefen. Hier ist ein großer Unterschied zwischen den beiden Programmen vorhanden: Obwohl das Maximum in etwa an der gleichen radialen Position liegt, legt Javaprop ein Profil mit maximal ca. 22 mm Profiltiefe an, während der Designprozess eine maximale Profiltiefe von ca. 44 mm aufweist. Die blaue Linie der Profiltiefe des Designprozesses sinkt im Verlauf nach außen sehr stark ab und läuft ab  $r \approx 0,5$  etwa im Bereich der mit JavaProp errechneten Profiltiefe. Ab  $r = 0,5$  verläuft die Kurve der Profiltiefe sogar unter der von JavaProp - fordert also ein kürzeres Profil.

Zur genaueren Betrachtung ist in Abbildung 4.8 wieder der Unterschied der beiden Ergebnisse aufgetragen. Negative Werte zeigen an, dass das von JavaProp berechnete Profil geringere Profiltiefe aufweist und positive Werte zeigen eine größere Profiltiefe an. Auch hier sieht man die großen Unterschiede auf der innen gelegenen Blatthälfte und die Umkehrung des Unterschiedes auf der außen gelegenen Hälfte.

Die Entstehung dieses Unterschiedes kann ohne genauere Kenntnisse der Implementierung von JavaProp kaum geklärt werden. Eine Vermutung ist, da ein Profil mit einer größeren Profiltiefe mehr Auftrieb erzeugt, dass JavaProp versucht, an weiter außen gelegenen



**Abbildung 4.8:** Vergleich der Anstellwinkel

Bereichen mehr Auftrieb zu erzeugen und innen nur sehr wenig Auftrieb zu produzieren. Der Designprozess legt Rotoren in einer Weise aus, dass die Belastung des Blattes über dem Radius möglichst konstant bleibt. Daher wird innen ein tieferes Profil benötigt um dort genug Auftrieb zu erzeugen.

Außerdem spielt hier die schon erwähnte Festlegung des Anstellwinkels bei JavaProp eine Rolle. Anscheinend wird in Javaprop mit den vorgegebenen Werten gerechnet - im Gegensatz zum implementierten Programmsystem, in dem ein optimaler Anstellwinkel berechnet wird. Hier werden also die Profile nicht zwingend so angeströmt, dass  $\frac{C_D}{C_L} = \epsilon_{min}$ . Werden für den Anstellwinkel andere Werte vorgegeben, so liegt der Betrag der berechneten Profiltiefe deutlich tiefer bzw. höher.

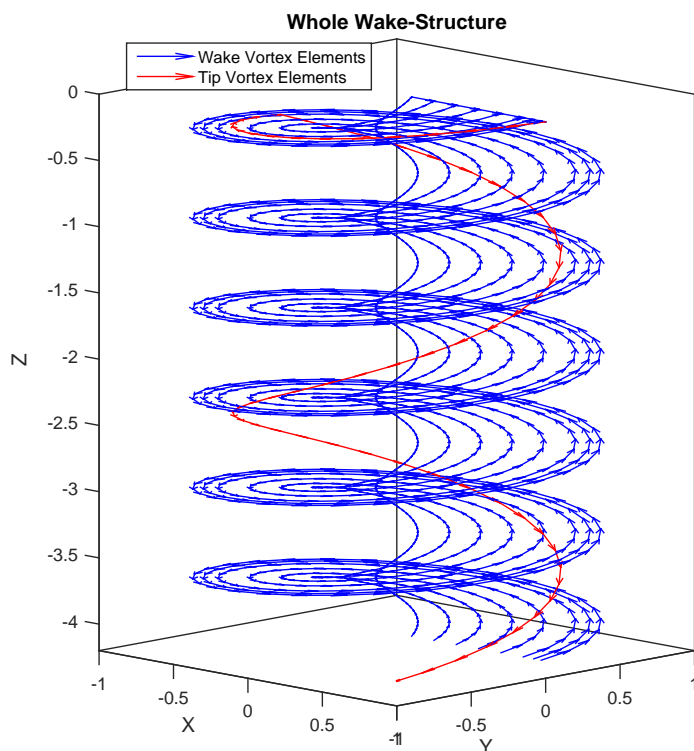
Eine Betrachtung der errechneten Rotoreffizienz ergibt, dass der Designprozess eine deutlich größere Effizienz von  $\eta_{Design} = 96,17\%$  im Vergleich zu dem Ergebnis aus JavaProp  $\eta_{JavaProp} = 76,04\%$  errechnet hat. Der Effizienzwert des Designprozesses liegt unrealistisch hoch. Hier lässt sich vermuten, dass der systematische Fehler aus der Performanceanalyse ebenfalls vorliegt. Dagegen erscheint der von JavaProp berechnete Wert mit Blick auf den Entwurf einer ‚optimalen Geometrie‘ ungewöhnlich niedrig.

Die Windkanaldaten der Versuche der Performanceanalyse erreichen deutlich höhere Effizienzwerte von  $\eta \approx 85\%$  in verschiedenen Arbeitspunkten.

Da der Quellcode von JavaProp unbekannt ist, ist es schwierig, die Ursache dieser Unterschiede exakt zu ermitteln. Vergleichstests mit anderen Tools sollten zukünftig noch durchgeführt werden.

Alternativ könnten (zur besseren Validierung) auch im Programmsystem entworfene Propeller, anschließend in ein 3D-Programm exportiert und mit einem 3D-Drucker gedruckt werden. Diese gedruckten Rotoren könnten im Windkanal vermessen werden und anschließend die Messergebnisse mit den rechnerischen Ergebnissen des Programmsystems verglichen werden.

### 4.3 Nachlaufberechnung



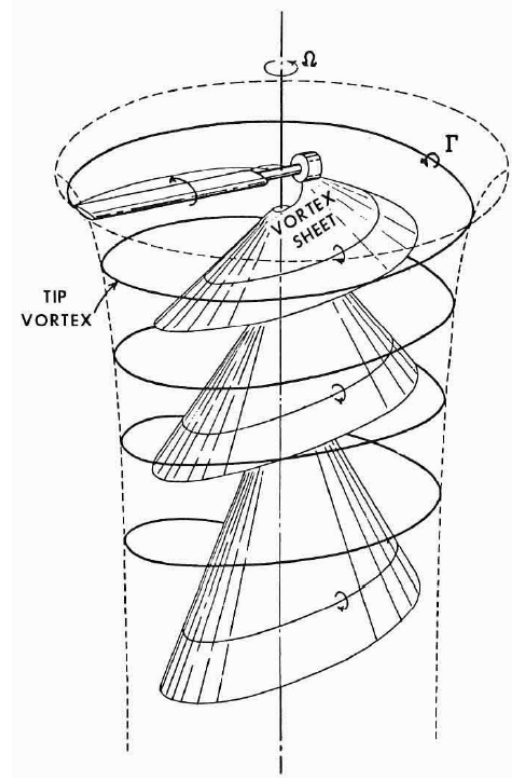
**Abbildung 4.9:** Startlösung zur Berechnung der Nachlaufgeometrie

Zur Validierung der Nachlaufberechnung wäre es am sinnvollsten, Daten aus einer CFD-Analyse zu Rate zu ziehen, da so zu beliebigen Punkten im Raum Werte ausgelesen und mit dem Nachlauf des implementierten Programmsystems verglichen werden können.

Für diese Arbeit sind leider keine entsprechenden Daten zur Validierung vorhanden, sodass der berechnete Nachlauf mit Experimentaldaten z.B. nach [9] verglichen werden muss. In dieser Veröffentlichung wurde der Nachlauf eines Propellers eingehend untersucht und daraus generische Positionsgleichungen der Nachlaufwirbel erarbeitet. Die Positionsgleichungen des Blattspitzenwirbels wurden außerdem für die in Abbildung 4.9 abgebildete Startlösung verwendet. Dabei sind allerdings nur die Nachlaufwirbelstücke eines Propellerblattes dar-

gestellt, um die Übersichtlichkeit zu verbessern. In den Berechnungen wurden die Wirbelstücke des zweiten Propellerblattes ebenfalls berücksichtigt.

Deutlich sichtbar ist in der Startlösung, dass die blaue Wirbelfläche keine Neigung aufweist, sondern hier von innen nach außen waagrecht liegt. Wie aus Abbildung 4.10, der schematischen Skizze des Nachlaufs, die auch schon im Kapitel der theoretischen Beschreibung gezeigt ist, hervorgeht, sollte diese Fläche nach der Berechnung nach außen gekippt sein. Zusätzlich ist zu erkennen, dass der rot dargestellte Blattspitzenwirbel meist innerhalb der Wirbelfläche liegt. Dies liegt an der Positionierung aufgrund der experimentell ermittelten Daten. Der weit innen liegende Blattspitzenwirbel resultiert aus der Einschnürung des Rotornachlaufs, was in den Experimentaldaten exakt abgebildet wird. Die initiale Wirbelfläche ist hier nicht eingeschnürt und liegt daher teilweise außerhalb des Blattspitzenwirbels.



**Abbildung 4.10:** Schematische Skizze des Rotornachlaufs eines Blattes [9]

In der vorliegenden Berechnung wurden im äußeren Bereich mehrere Profilabschnitte gehäuft, um dort genauere Betrachtungen zu ermöglichen. Weiterhin in Abbildung 4.9 zu sehen ist die Darstellung des gebundenen Wirbels ganz oben. Die in radialer Richtung von innen nach außen verlaufenden Pfeile am obersten Rand der blauen Schicht liegen auf der Linie von 25% Profiltiefe der Blattabschnitte und erzeugen die in den Nachlauf abgehenden Wirbel. Der Blattspitzenwirbel verläuft hier, wie ebenfalls in der Abbildung 4.10 schematisch zu sehen, in Z-Richtung weitgehend unabhängig von der blauen Wirbelfläche. Außerdem weist der Blattspitzenwirbel einen Knick auf, nach dem er viel schneller nach hinten in negative Z-Richtung wandert. An der Stelle des Knicks überstreicht das zweite Rotorblatt die Position des Blattspitzenwirbels und beeinflusst dessen axiale Geschwindigkeit erheblich.

Mit dieser Startlösung wird der Nachlauf mittels Wake-Relaxation berechnet. Dabei wurden folgende Parameter festgelegt:

- 30 Berechnungspunkte  $n\theta$  pro Propellerumdrehung. Damit beträgt der Azimutwinkelunterschied zwischen 2 Punkten  $12^\circ$  - dazwischen wird ein gerades Wirbelstück angenommen.

- Der Nachlauf erstreckt sich über 6 Propellerumdrehungen - anschließend werden die Nachlaufwirbelstücke vernachlässigt.
- 8 Blattabschnitte in radialer Richtung: 6 davon sind im inneren Bereich, die äußeren beiden liegen an der radialen Position  $\frac{r}{R} = 0.92$  bzw.  $\frac{r}{R} = 0.97$ .
- Alle Blattabschnitte haben das Profil „S1210 12%“ aus der UIUC-Profildatenbank.
- Propellerradius: 0.25 m
- Nabendurchmesser: 5 cm
- Propellerdrehzahl: 7000 rpm
- Der Propeller wird mit  $50 \frac{m}{s}$  angeströmt.
- Der Propeller hat 2 Propellerblätter.

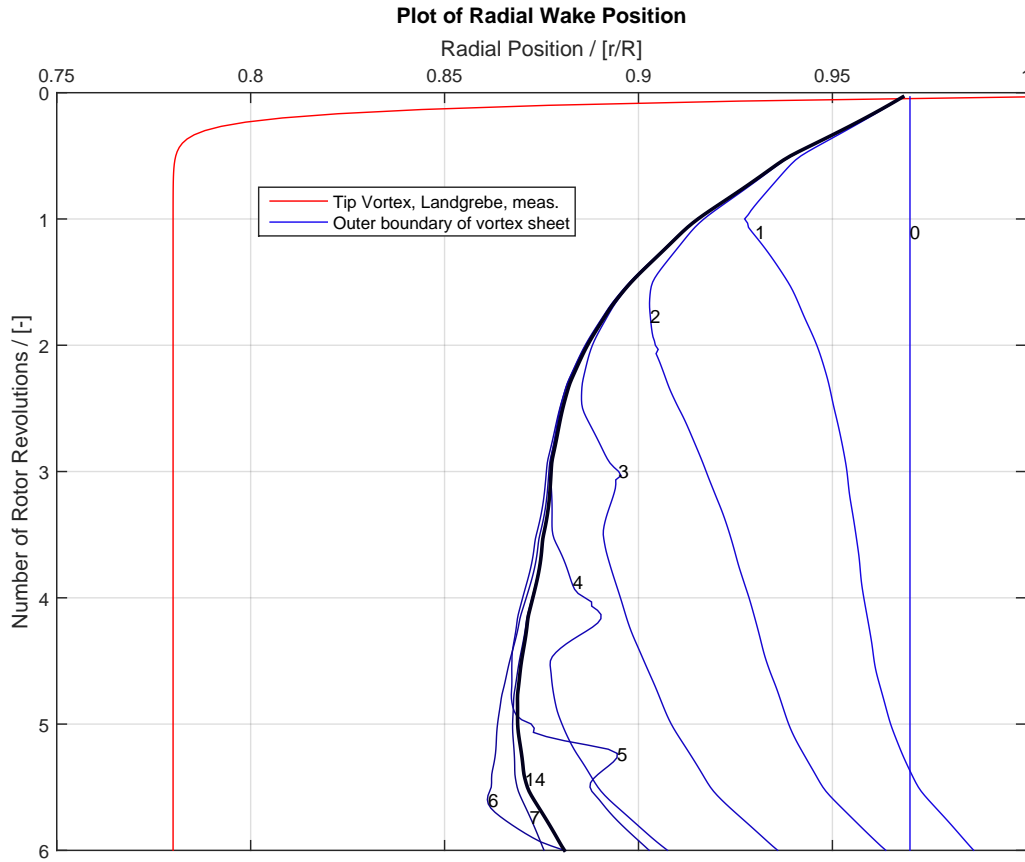
Einige dieser Annahmen wurden vor allem mit Rücksicht auf die Berechnungszeit getroffen, da in jeder Berechnungsposition jedes Wirbelstück von jedem anderen Wirbelstück beeinflusst wird. Somit ist die Anzahl der nötigen Rechenoperationen proportional zum Quadrat der Wirbelelemente. In [8] wurde dieses Problem umgangen, indem die induzierte Geschwindigkeit durch weit entfernt liegende Wirbelelemente nur in der ersten Iteration berechnet und anschließend als konstant angenommen wurde.

Unter Berücksichtigung der deutlich größeren Rechenperformance heutiger Computer wurde allerdings auf diese Einschränkung verzichtet. Die gesamte Berechnungszeit der genannten Konfiguration bis zur Konvergenz betrug ca. 2 Stunden und ist somit noch tragbar. Für den Fall, dass mehrere Konfigurationen mit einem längeren Nachlauf oder kleineren Winkeln zwischen den Berechnungspunkten oder mehr Propellerblättern durchgeführt werden sollen, ist es vermutlich sinnvoll diese Vereinfachung nachträglich zu implementieren.

Bei der im Folgenden diskutierten konvergierten Nachlaufgeometrie wurde die oben genannte Startlösung verwendet. An jeder neuen Rotorposition wurde der gebundene Wirbel entsprechend angepasst und ein neues Wirbelstück in den Nachlauf abgegeben. Diese neuen Wirbelelemente wurden jeweils auf den Wert der Startlösung direkt nach dem Propellerblatt gesetzt und anschließend durch die induzierten Geschwindigkeiten beeinflusst.

Der Blattspitzenwirbel beeinflusst ebenfalls alle anderen Wirbelelemente, ist jedoch selbst ortsfest und von induzierten Geschwindigkeiten nicht beeinträchtigt. Der Blattspitzenwirbel wurde lediglich zusammen mit dem Blatt und dem gebundenen Wirbel um die Rotorachse gedreht, um die Bewegung des Blattes zu verfolgen.

In Abbildung 4.11 ist die während der Berechnungen fortschreitende Einschnürung bis zur Konvergenz sehr gut zu erkennen:



**Abbildung 4.11:** Konvergierende Einschnürung des Nachlaufs

Aufgetragen ist an der X-Achse die radiale Position im äußeren Bereich  $\frac{r}{R} = [0.75; 1]$ . Die Grafik folgt einem Wirbelelement fortlaufend in einem mit dem Blatt mitdrehenden Koordinatensystem und trägt auf der Y-Achse alle Berechnungspositionen im Durchgang des 6 Umdrehungen langen Nachlaufs auf. Die dargestellten Wirbelelemente sind der Blattspitzenwirbel (in Rot - mit fester Position vorgegeben aus den Experimentalergebnissen) und die zum äußersten Blattabschnitt gehörenden Wirbelelemente der Wirbelfläche (in Blau). Jeweils eine blaue Linie zeichnet dabei die radiale Position der Wirbelelemente im Durchgang des kompletten Nachlaufs.

Da das Wake-Relaxation-Verfahren ein iteratives Verfahren ist, sind durch die blauen Linien die verschiedenen Iterationen dargestellt und mit einer Zahl gekennzeichnet. Konvergenz stellt sich ein, indem der Nachlauf nach jeweils einer ganzen Umdrehung keine Veränderung mehr zum vorherigen Bild aufweist. Daher wird nach jeder Umdrehung des Propellers (und somit nach Berechnung von  $n\theta$  Positionen) auf Konvergenz geprüft und der Iterationszähler erhöht.

Die Linie 0 stellt dabei die zu Abbildung 4.9 gehörende Startlösung ohne Einschnürung

dar. Nach einer Umdrehung ergibt sich für die Einschnürung die Linie 1. Alle Elemente oberhalb von  $Y = 1$  wurden durch die Drehung als neue Nachlaufelemente jeweils unmittelbar hinter dem Blatt mit dem Wert der Startlösung ( $x = 0.97$ ) erzeugt und aufgrund der induzierten Geschwindigkeit nach innen bewegt. Elemente unterhalb  $Y = 1$  waren durch die Initialisierung bereits im Nachlauf vorhanden und wurden ebenfalls durch Induktion nach innen verschoben. Elemente, welche bei der Kurve 0 zwischen  $Y = 5$  und  $Y = 6$  waren, wurden nach und nach vernachlässigt, sobald sie sich mehr als 6 Umdrehungen vom Propeller entfernt hatten.

Bei der Linie 2, welche die Situation nach 2 Umdrehungen des Propellers darstellt, erkennt man, dass die neu erzeugten Elemente schon sehr nah an der konvergierten Lösung (14) liegen und die noch aus der Initialisierung vorhandenen Elemente ebenfalls weiter zur Propellerachse gerückt sind. Die Kurven 3,4 und 5 zeigen dasselbe Phänomen, allerdings sieht man, dass sich die Kurve mit der Zeit nach außen aufwölbt. Dies liegt höchstwahrscheinlich daran, dass neu erzeugte Wirbelelemente die noch vom Start vorhandenen durch Induktion nach außen drücken und auch selbst nach außen gedrückt werden. Würde man den Nachlauf länger betrachten und nicht nach 6 Umdrehungen abschneiden, könnte man hier vermutlich eine beginnende Instabilität im Nachlauf erkennen.

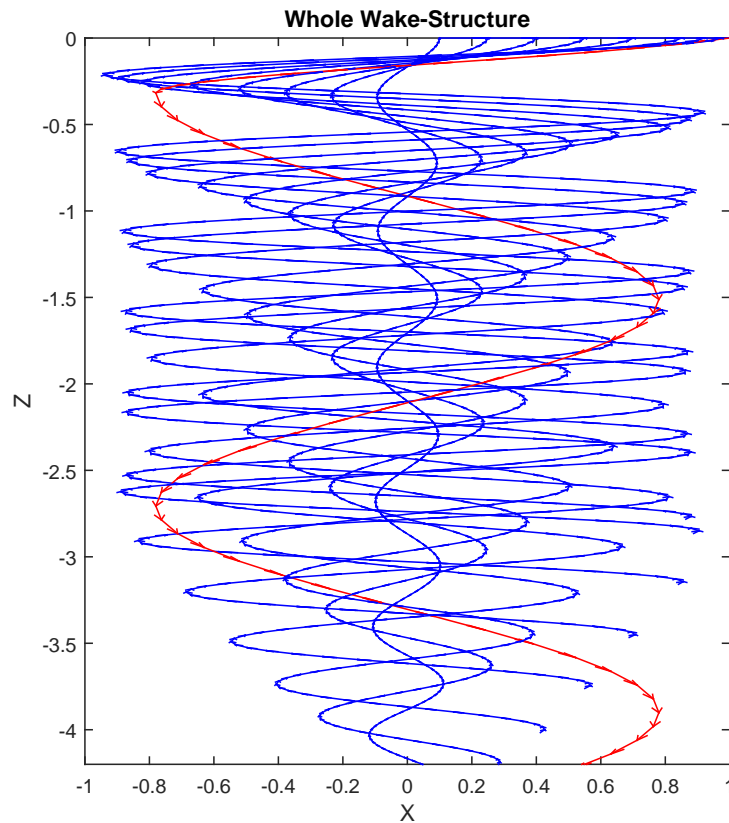
In Linie 6 sind folglich nur Elemente enthalten, die während der Berechnung am Blatt erzeugt wurden - alle Elemente der Startlösung wurden also bereits abgeschnitten. Die Form der Kurve entspricht nahe dem Rotor schon fast der konvergierten Lösung, ist allerdings im unteren Bereich etwas zu weit innen. Dieser Fehler hat sich bei 7. Iteration (Linie 7) etwas ausgeglichen.

Alle weiteren Kurven der Iterationen 8-13 stimmen in allen Punkten fast exakt mit der konvergierten Lösung überein und sind zur besseren Übersicht nicht dargestellt.

Nach 14 Iterationen war der Nachlauf konvergiert. Die Einschnürung lässt sich aus der dickeren Kurve 14 ablesen. Dicht hinter dem Propeller ist die Radiusabnahme sehr groß - je weiter sich der Nachlauf vom Propeller wegbewegt, desto weniger bewegt sich der Nachlauf nach innen. Am Ende ab  $Y \approx 5.5$  ist eine deutliche Aufweitung zu erkennen. Diese Aufweitung kommt daher, dass weiter im Nachlauf liegende Elemente abgeschnitten wurden und somit in dieser Rechnung keinen Einfluss mehr auf den Nachlauf ausüben können. Bei Rechnungen mit einem verlängerten Nachlauf tritt dasselbe Phänomen am Ende des Nachlaufs auf. Dieser Effekt ist ähnlich dem Bodeneffekt bei einem Helikopterrotor.

Die dargestellte rote Linie des Blattspitzenwirbels liegt weit innerhalb aller blauen Linien. Dieser gemessene Wert sollte außerhalb der Wirbelfläche liegen, die Wirbelfläche sich also noch stärker und schneller einschnüren. Dieses erwartete Ergebnis wird nicht hinreichend erfüllt, obwohl die Einschnürung an sich sehr wohl abgebildet wird.





**Abbildung 4.12:** Konvergierte Nachlaufstruktur

Ein weiterer Aspekt des Nachlaufs ist die in 4.10 sichtbare, nach außen gekippte Wirbelfläche. In Abbildung 4.12 ist die konvergierte Nachlaufstruktur komplett dargestellt. Wieder ist nur der Nachlauf eines Propellerblattes dargestellt, um Details leichter erkennen zu können. Hier sieht man, dass sich die Wirbelfläche nach innen statt nach außen neigt. Intensive Bemühungen konnten dieses Verhalten bisher nicht umkehren. Der Rot dargestellte Blattspitzenwirbel liegt auch in diesem Bild innerhalb der Wirbelgeometrie, da die Einschnürung des Nachlaufs, wie schon in Abbildung 4.12 beschrieben, nicht ausreichend abgebildet wird.

Zur genauen Validierung und exakten Abschätzung dieses Effektes sollte eine CFD-Berechnung zu Rate gezogen werden um quantitative Vergleichswerte zu erhalten.

## Weitere Ansätze zur Verbesserung des Ergebnisses

Um die erwähnten Unstimmigkeiten der Nachlaufberechnung zu beseitigen, könnte versucht werden, den Blattspitzenwirbel in der Initiallösung außerhalb der Wirbelfläche zu platzieren und diesen auch beeinflussbar zu modellieren. Ob sich damit allerdings die Orientierung der Wirbelfläche nach außen ändert, ist fraglich.

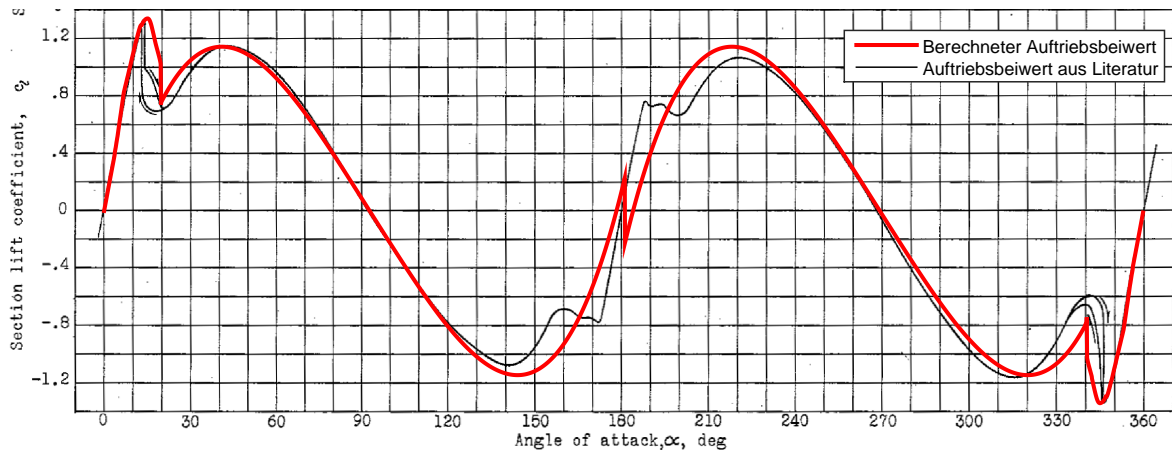
Um die Nachlaufaufweitung am Ende des Rechengebietes zu beseitigen, könnte einerseits in einem längeren Nachlaufgebiet gerechnet werden und andererseits eine Dissipation der Wirbelstärke im Nachlauf berücksichtigt werden.

Eine generelle Verbesserung der Startlösung könnte auch eine Verbesserung der konvergierten Lösung erreichen. Beispielsweise könnten für die Wirbelfläche ebenfalls die in [9] entwickelten Gleichungen der Wirbelfläche verwendet werden, deren entsprechende Gleichungen auch für den Blattspitzenwirbel verwendet wurden.

## 4.4 Validierung der Bereichserweiterung der Profilpolaren

Die in Kapitel 2.3.3 theoretisch beschriebene Bereichserweiterung von Profilpolaren kann mit Hilfe der Veröffentlichung [4] überprüft werden. Auf Seite 13 ist dort eine Profilpolare des NACA 0012-Profils abgebildet. Diese beinhaltet die Auftriebs- und die Widerstandskurve bei einem Anstellwinkel von  $0^\circ$  bis  $360^\circ$ . Die Messungen wurden bei einer Reynoldszahl von  $1.8 \cdot 10^6$  und einer Machzahl von unter 0.15 im inkompressiblen Bereich durchgeführt.

Zum Vergleich wurde die Geometrie des NACA 0012-Profils von der Profilkordinaten-Datenbank der Universität Illinois [11] heruntergeladen und mit Hilfe von XFOIL wurden daraus die zugehörigen Auftriebs- und Widerstandskurven zu der gegebenen Reynoldszahl und Machzahl ermittelt.



**Abbildung 4.13:** Vergleich der Auftriebskurve: Messung [4] und Berechnung

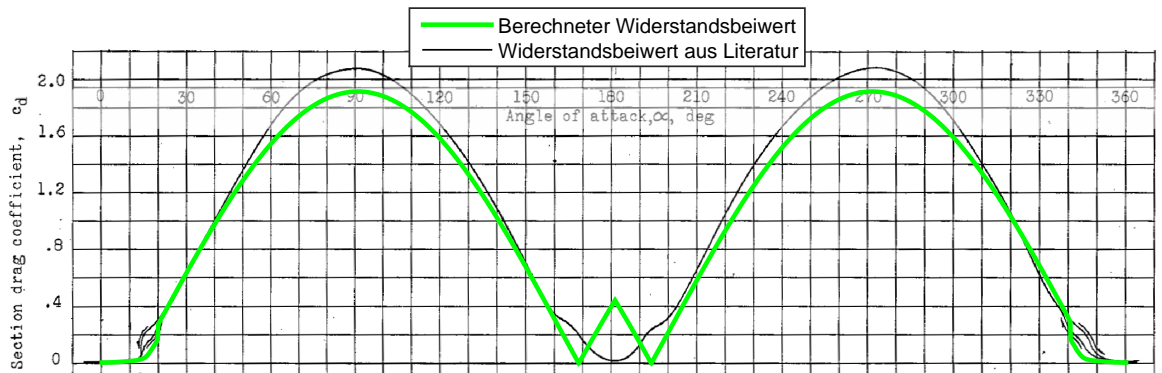
Diese Kurven wurden anschließend mit der Funktionalität der Bereichserweiterung verlängert. In diesem Fall liegt ein symmetrisches Profil vor mit daraus resultierenden, symmetrischen Polaren - in der Erweiterungsmethode werden allerdings auch Effekte unsymmetrischer Profile berücksichtigt. Eine Darstellung der Auftriebskurve zusammen mit der Messung ist in Abbildung 4.13 zu sehen.

Die mit XFOIL errechnete Kurve liegt im Bereich zwischen  $[-19^\circ; +19^\circ]$ . Dabei erkennt man, dass der lineare Bereich sehr exakt von der XFOIL-Rechnung abgedeckt wird. Der Einbruch des Auftriebs bei einem Strömungsabriss bei ca.  $14^\circ$  wurde mit XFOIL etwas zu sanft berechnet und bildet den abrupten Einbruch des Auftriebs nicht exakt nach. Wie schon erwähnt ist es schwer, mit XFOIL abgerissene Strömungen zu berechnen, daher ist dieser Fehler nachvollziehbar. Bei  $19^\circ$  beginnt die extrapolierte Kurve, sie

liegt zuerst etwas zu hoch, bildet aber das erneute Auftriebsmaximum von  $C_L \approx 1,16$  bei einem Anstellwinkel von  $\alpha \approx 42^\circ$  recht genau nach. Anschließend fällt  $C_L$  bis zu einem Anstellwinkel von  $\alpha \approx 140^\circ$  bis auf  $C_L \approx -1.08$ . Dieser Abfall wird sehr genau von der extrapolierten Kurve abgebildet, allerdings liegt das Minimum der berechneten Kurve etwas zu tief und bei einem etwas zu großen Anstellwinkel. Im weiteren Verlauf bis  $\alpha \approx 220^\circ$  wird das Profil rückwärts angeströmt und zeigt bei den Windkanaldaten dieselben charakteristischen Merkmale eines normalen, etwas schlechteren Profils. Diese werden durch die berechneten Werte der Bereichserweiterung leider nicht nachgebildet - es existiert sogar ein Sprung bei  $\alpha = 180^\circ$ .

Dieser Sprung resultiert aus der Berechnung der Bereichserweiterung. Wie an den Formeln im Kapitel der theoretischen Beschreibung zu sehen, wird die Kurve von  $\alpha_0$  bis zu einem vorgegebenen Anstellwinkel (in diesem Fall  $180^\circ$ ) berechnet. Negative Anstellwinkel bzw. Anstellwinkel  $\alpha < \alpha_0$  werden anschließend als antisymmetrische Kurve um  $\alpha_0$  abgebildet. In der vorliegenden Abbildung wird der Auftriebsbeiwert analog zur darunterliegenden Literaturdarstellung in einem Bereich von  $0^\circ$  bis  $360^\circ$  dargestellt und die beiden errechneten Kurvensegmente bei  $\alpha = 180^\circ$  zusammengesetzt. An dieser Stelle stimmen die Auftriebsbeiwerte nur für spezielle Parameterkonfigurationen überein und produzieren ansonsten einen Sprung.

Im restlichen Verlauf von  $\alpha = 220^\circ$  bis  $\alpha = 360^\circ$  treten dieselben Phänomene auf wie bei den niedrigeren Anstellwinkeln. Der Abfall bis zum Minimum wird sehr genau dargestellt, das Minimum liegt sehr nah am gemessenen Minimum und der Einbruch des Abtriebs bei  $\alpha \approx 346^\circ$  ist zu weich abgebildet.



**Abbildung 4.14:** Vergleich der Widerstandskurve: Messung [4] und Berechnung

Abbildung 4.14 zeigt analog die Widerstandskurve. Die erweiterte Kurve beginnt wieder bei  $19^\circ$ , der etwas zu geringe Einfluss des Widerstandsanstiegs im Bereich des Strömungsabrisses geht also auf XFOIL zurück. Das Maximum der Widerstandskurve bei  $90^\circ$  wird ebenfalls an dieser Stelle erzeugt, aber das Maximum liegt bei  $C_D \approx 1.95$  um

etwa 8% zu niedrig. Im weiteren Verlauf fällt der Widerstand auf fast null, kann aber die Rückwärtsanströmung ab ca.  $160^\circ$  nicht hinreichend abbilden.

Bei dieser Kurve erkennt man den Knick bei  $\alpha = 180^\circ$ . Dieser Knick entsteht analog zur CL-Kurve aus dem Zusammensetzen der Kurven, um die die Darstellung von 0 bis  $360^\circ$  zu zeigen.

Für Anstellwinkel von  $\alpha = 200^\circ$  bis  $\alpha = 360^\circ$  wurde durch die Annahme einer symmetrischen Kurve erneut ein etwas zu niedriger Bogen berechnet.

Zusammen bilden die erweiterten Auftriebs- und Widerstandskurven für das reale Verhalten des Profils im Bereich  $[-140^\circ; +140^\circ]$  eine brauchbare Berechnungsbasis, um realistische Ergebnisse zu bekommen, sofern keine anderen Daten vorhanden sind. Im ganzen Bereich beträgt die Abweichung zu den Messergebnissen unter 10% - einzige Ausnahme ist die Abrisskante der Auftriebskurve bei  $\pm 14^\circ$  Anstellwinkel. Dieser Fehler ist, wie schon erwähnt, der Berechnung mit XFOIL geschuldet, da die erweiterten Kurven erst ab  $\alpha = \pm 19^\circ$  beginnen. Im fehlenden Bereich zum Vollkreis wird das Profil rückwärts angeströmt, was sich mit dieser Methode unzureichend nachbilden lässt. Diese Anströmungsverhältnisse werden allerdings bei realen Anwendungen äußerst selten benötigt. Sollten Berechnungen trotzdem auf Daten dieses Bereichs zugreifen, liefert die erweiterte Kurve immerhin Ergebnisse, sodass die Berechnung nicht wegen fehlender Daten abbrechen muss.

# 5 Zusammenfassung

## 5.1 Ergebnisse

Die diskutierte Erstellung eines Rotorkennfeldes zeigt, dass die Performanceanalyse in der Lage ist, Kennfelder mit typischen Glockenkurven und einem ausgeprägten Plateau zu erzeugen. Vergleiche mit den Windkanaldaten zeigen in Einzelfällen eine Überschätzung der Effizienz, die noch genauer untersucht werden muss.

Die Nachlaufberechnung liefert mit vertretbarem Rechenaufwand eine Nachlaufgeometrie des Rotors. Dabei werden Aspekte wie die Einschnürung des Nachlaufs abgebildet und es wird eine exportfähige Wirbelstruktur erstellt. Um genauere Aussagen zur Belastbarkeit der Ergebnisse treffen zu können, ist eine exakte Validierung anhand von CFD-Daten erforderlich. Das Verhalten der kippenden Wirbelfläche muss noch optimiert werden und dessen Relevanz muss ebenfalls mit vergleichbaren Werten aus Experimenten oder einer CFD-Rechnung verglichen werden. Die berechnete Nachlaufgeometrie kann ohne größeren Aufwand verwendet werden, um deren Einfluss auf den lokalen Anströmungsvektor pro Blattabschnitt und das Anströmungsfeld als Ganzes zu berechnen.

Performanceanalyse und Nachlaufberechnung wurden konzeptuell so programmiert, dass auch schräge Anströmung bzw. ein schräg zur Anströmung stehender Rotor (wichtig bei instationärem Verhalten) verarbeitet werden kann - sie liefern auch hier Ergebnisse.

Weiterhin wurde die Performanceanalyse-Methode so angepasst, dass damit ein Rotor auf der Basis vorgegebener Designparameter für einen Arbeitspunkt entworfen werden kann. Dieser kann anschließend beispielsweise exportiert werden, in der Nachlaufberechnung verwendet werden oder Grundlage eines Kennfeldes der Performance für verschiedenste Arbeitspunkte sein.

## 5.2 Ausblick

Das implementierte Programmsystem ermöglicht die Integration vieler weiterer, bisher nicht implementierter Funktionalitäten.

Solche Erweiterungen sind z.B. folgende Funktionen, die vorab jedoch auf Umsetzbarkeit überprüft werden müssen:

- Die Möglichkeit, ummantelte und entgegengesetzt rotierende Rotoren zu verarbeiten.
- Die Einbeziehung von elastischen Deformationen des Rotorblattes
- Die Berechnung der beim Windmilling bzw. bei Autorotation vorhandenen Kräfte und Momente bei einer detaillierteren Betrachtung von Hubschrauberrotoren
- Eine Erweiterung der Speicherstruktur, die es erlaubt, die Daten mehrerer Programmausführungen besser zu erhalten und auf einer echten Datenbankstruktur aufbaut.
- Die Integration weiterer Berechnungsmethoden zur Bestimmung der Rotorperformance: Kandidaten hierfür sind die Actuator-Disk-Methode zur schnellen Betrachtung einfacher Fragestellungen oder die Vortex-Lattice-Methode bzw. Panel-Methode zur detaillierteren Analyse und Nachlaufberechnung.
- Die unterschiedlichen Datenbankformate der UIUC-Datenbank und der XFOIL Profilberechnungen sollten zueinander kompatibel gemacht werden. Da die Formatierung der UIUC-Datenbank fix ist, ist abzuwägen, sämtliche Profilpolaren in dieser Weise zu strukturieren, also die Funktionen zum Sortieren der berechneten Polaren zu verändern. Allerdings bietet das aktuelle Speicherformat der Polarenberechnungen mit XFOIL eine größere Übersichtlichkeit, weshalb alternativ auch eine Funktion zur Umsortierung der UIUC-Datenbank in Betracht gezogen werden sollte.
- Die Exportfunktionalität verschiedenster Berechnungsergebnisse kann implementiert werden um Berechnungen mit externen Programmen zu ermöglichen
- Die Speicherung der Blattabschnitte am Rotorblatt kann um einen axialen und azimuthalen Freiheitsgrad erweitert werden, um beispielsweise versetzte Propellerblätter realisieren zu können.

Zusätzlich zu diesen, das Programmsystem in Gänze betreffenden Maßnahmen können auch einzelne Funktionsbausteine erweitert sowie zusätzliche Funktionsbausteine integriert werden.

Die bereits enthaltenen Komponenten für den Designprozess von Rotoren sind bisher stark auf Flugzeugpropeller ausgelegt – sie könnten zukünftig auch für folgende Anforderungen erweitert werden:

- Ein Helikopterrotor benötigt eine zyklische Blattwinkelverstellung. Somit wird der Blattwinkel abhängig von der azimuthalen Position des Rotorblattes.
- Rotoren bzw. Propeller werden nicht nur in der Luft, sondern auch im Wasser benutzt, - z.B. in Gezeitenkraftwerken oder als Antrieb für Schiffe und Tauchboote, was mit einer stark veränderten Viskosität einhergeht.

Der Analyseprozess kann erweitert werden, um instationäre Strömungen verarbeiten zu können oder insbesondere die dynamischen Rotorkräfte und -momente mit dem Antriebsstrang und der Trägerstruktur zu koppeln. Weiterhin sollte im Analyseprozess die bereits beschriebene, zu hohe Berechnung der Effizienz beseitigt werden. Vielversprechend ist dabei, die berechneten Profilpolaren aus XFOIL zu verändern und an tatsächliche Verhältnisse mit höherem Widerstand anzupassen. Für die beiden Bereiche sehr kleiner Fortschrittsgrade und sehr kleiner  $C_P$  sollten ebenfalls weitere Untersuchungen durchgeführt werden, um die bei der Validierung festgestellten Unterschiede zwischen Messung und Berechnung zu erklären.

In Kapitel 3.1.2 zur Rotoranalyse wurde bereits die noch nicht implementierte Möglichkeit erwähnt, die Rückkopplung des Nachlaufs auf die Anströmung zu berechnen und so den Bereich der Nachlaufberechnung zu erweitern. Dies sollte idealerweise als iteratives Verfahren implementiert werden, da eine geänderte Anströmung auch den Nachlauf beeinflusst, was wiederum eine andere Anströmung bewirkt. Diese Effekte sollten zusammengeführt werden, um iterativ eine verbesserte Genauigkeit der Analyse zu erreichen. Im Rahmen dieser Rückkopplung bietet es sich an, eine Automatisierung des Propeller-Optimierungsprozesses umzusetzen, damit eine verbesserte Rotorgeometrie automatisch entworfen werden kann.

Eine weitere, wichtige Erweiterung des Programmsystems wäre eine Funktionalität, mit der die Beeinflussung des Nachlaufs durch ein Hindernis (z.B. durch einen Flügel) untersucht werden kann, um die eingangs erwähnten Fragestellungen nach einem ganzheitlichen Entwurf bzw. einer ganzheitlichen Analyse des Systems aus Rotor, dessen Befestigung, dem Antriebsstrang und dessen Umgebung abzudecken. Außerdem ist es sinnvoll, instationäre Effekte im Nachlauf mit einzubeziehen - einerseits, da dieser mit steigender Entfernung zum Rotor zunehmend instationär wird und andererseits, um eine instationäre Anströmung des Rotors abbilden zu können.

Die mit den eben erwähnten Methoden gewonnenen Ergebnisse können mit den Ergebnissen eines High-Fidelity-Verfahrens wie der CFD-Analyse zur Validierung verglichen werden und Aufschluss über die Berechtigung der hier implementierten, einfacheren und effizienteren Methoden zu geben. Eine Möglichkeit bietet hierbei die nicht eingehender untersuchte Test-Case-Suite des Programms SU<sup>2</sup> [18], in der ein fertiges, konfigurierbares Rotor-Mesh vorhanden ist. Dieser Propeller könnte im implementierten Propeller-Tool nachgebildet werden. Die Ergebnisse könnten dann mit der CFD-Berechnung verglichen und damit validiert werden.

## 5.3 Fazit

Mit dem implementierten Programmsystem wurden nach Untersuchung und Zusammenführung theoretischer Grundlagen ein Rahmen und wichtige Bausteine als erste Ausbaustufe eines Werkzeugs zur ganzheitlichen Analyse von Rotorsystemen geschaffen. Bei Anströmung und Nachlaufgeometrie sind außerdem Schnittstellen zu anderen Tools wie beispielsweise CFD-Programmen vorgesehen, um das Rotorsystem in die ganzheitliche Betrachtung eines Flugkörpers integrieren zu können. Dieses Programmsystem ist also keine fertige, abgeschlossene „Black Box“, sondern die Grundlage für eine zu einem mächtigen Werkzeug der Rotorentwicklung wachsende Methodensammlung, in die zusätzliche Funktionalitäten integriert werden können.



# Literaturverzeichnis

- [1] Xflr5. <http://www.xflr5.com/xflr5.htm>.
- [2] Charles N. Adkins and Robert H. Liebeck. Design of optimum propellers. *Journal of Propulsion and Power*, 10:676 – 682, 1994.
- [3] D.J. Auld and K.Srinivas. Aerodynamics for students. [http://aerodynamics.aeromech.usyd.edu.au/propulsion\\_w.php?page=1&](http://aerodynamics.aeromech.usyd.edu.au/propulsion_w.php?page=1&). Accessed: 2015-06-30.
- [4] C.C. Critzos, H.H. Heyson, and R.W. Boswinkle. Aerodynamic characteristics of naca 0012 airfoil section at angles of attack from 0 to 180 degrees. Technical report, United States. National Advisory Committee for Aeronautics, 1955.
- [5] Marc Drela. Xfoil - programm for calculating airfoils. <http://web.mit.edu/drela/Public/web/xfoil/>. Accessed: 2015-06-29.
- [6] Georgia Tech School of Aerospace Engineering. <http://soliton.ae.gatech.edu/labs/windtunl/classes/unstaero/wingpan/surpan2.JPG>.
- [7] Martin Hepperle. Javaprop - design and analysis of propellers. <http://www.mh-aerotools.de/airfoils/javaprop.htm>.
- [8] Anton J. Landgrebe. An analytical method for predicting rotor wake geometry. *Journal of the American Helicopter Society*, 14(4):20–32, 10 1969.
- [9] Anton J. Landgrebe. Wake geometry of a hovering helicopter rotor and its influence on rotor performance. *Journal of the American Helicopter Society*, 17(4):3–15, 1972.
- [10] J.F. Manwell, J.G. McGowan, and A.L. Rogers. *Wind Energy Explained: Theory, Design and Application*. Wiley, 2010.
- [11] Michael Selig - University of Illinois. Uiuic airfoil coordinates database. [http://m-selig.ae.illinois.edu/ads/coord\\_database.html](http://m-selig.ae.illinois.edu/ads/coord_database.html).
- [12] Robert Mikkelsen. *Actuator Disc Methods Applied to Wind Turbines*. PhD thesis, Technical University of Denmark, Department of Mechanical Engineering, June 2003.
- [13] MIT - Massachusetts Institute of Technology. Performance of propellers. <http://web.mit.edu/16.unified/www/FALL/thermodynamics/notes/node86.html>. Accessed: 2015-06-28.

- [14] John Moores. Potential flow - 2-dimensional vortex panel model: Applications to wingmills. Master's thesis, University of toronto - Faculty of applied science and engineering, April 2003.
- [15] J. Seddon. *Basic Helicopter Aerodynamics*. AIAA education series. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1990.
- [16] David Spera. Models of lift and drag coefficients of stalled and unstalled airfoils in wind turbines and wind tunnels. Technical report, NASA Glenn Research Center; Cleveland, OH, United States, 2008.
- [17] University of Sidney. Aerodynamics for students. [http://www-mdp.eng.cam.ac.uk/web/library/enginfo/aerothermal\\_dvd\\_only/aero/vlm/vlm.html](http://www-mdp.eng.cam.ac.uk/web/library/enginfo/aerothermal_dvd_only/aero/vlm/vlm.html).
- [18] University of Stanford. Su2 - open source cfd. <http://su2.stanford.edu/>.
- [19] Leonardus Louis Maria Veldhuis. *Propeller wing aerodynamic interference*. TU Delft, Delft University of Technology, 2005.

# Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Bachelorarbeit/Semesterarbeit/Masterarbeit selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Hilfsmittel angefertigt und die den benutzten Quellen wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegen.

Garching, den 9. Oktober 2015

(Moritz Thiele)